toujours cette ruse de calcul

d'où d'après $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\left(\frac{v t_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega_0}\right)^2 = 1 \quad ; \text{ soit } \frac{v^2 t_1^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega_0^2} = 1$$

le choix très classique d'une vitesse initiale nulle vu en cours évite cette difficulté de résolution

donc $A^2 = v^2\left(t_1^2 + \frac{1}{\omega_0^2}\right)$; soit $\boxed{A = \sqrt{v^2\left(t_1^2 + \frac{1}{\omega_0^2}\right)}}$

8. À l'instant t_2, la vitesse de la masse par rapport au tapis s'annule, donc la vitesse de la masse par rapport au sol est v

ces questions relativement calculatoires peuvent faire peur, nous vous conseillons de bien relire les corrections afin de pouvoir gérer ce type de calcul dans toute autre problématique

Ainsi $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_2} = v$, soit $A\omega_0 \cos\left[\omega_0(t_2 - t_1) + \alpha\right] = v$

d'où $\cos\left[\omega_0(t_2-t_1)+\alpha\right] = \frac{v}{A\omega_0} = \frac{1}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{t_1^2+\frac{1}{\omega_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 t_1^2 + 1}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \cos\alpha .$$

Soit $\omega_0(t_2-t_1)+\alpha = \alpha \Rightarrow t_2 = t_1$ NON

$\omega_0(t_2-t_1)+\alpha = 2\pi - \alpha \Rightarrow \boxed{t_2 = t_1 + \frac{2\pi - \alpha}{\omega_0}}$

on a alors $x(t_2) = x_0 + A\sin\left(\omega_0(t_2 - t_1) + \alpha\right)$

$x(t_2) = x_0 + A\sin(2\pi - \alpha)$

$\boxed{x(t_2) = x_0 - A\sin\alpha}$

et on repart...

9. La masse décolera lorsque $F(t_3) = F_{MAX}$

or $F(t_3) = k\left(x(t_3) - x_0\right)$

l'équation classique d'oscillateur harmonique

l'énoncé demande de vérifier la solution

2 points importants : cette forme s'avère plus simple en terme de calcul que la forme usuelle et on notera le décalage temporelle t1

Soit $\left\{ \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}x_0 \right.$

6. on vérifie la solution proposée en la réinjectant dans l'équation

si $x(t) = x_0 + A \sin[w_0(t-t_1) + \alpha]$

alors $\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + A\frac{d}{dt}\{\sin(w_0(t-t_1)+\alpha\} = 0 + A(+w_0)\cos[w_0(t-t_1)+\alpha]$

$\frac{d^2x}{dt^2} = Aw_0(-w_0)\sin[w_0(t-t_1)+\alpha] = -Aw_0^2\sin[w_0(t-t_1)+\alpha]$

la seule connaissance est la formule de dérivée

on reinjecte ces informations dans l'ED

$-Aw_0^2\sin[w_0(t-t_1)+\alpha] + w_0^2[x_0 + A\sin[w_0(t-t_1)+\alpha]] = w_0^2 x_0$

il vient $\quad 0 = 0$

↳ la solution vérifie l'équation differentielle.

7. Les 2 informations manquantes A et α sont determinées en utilisant $x(t_1)$ et $v(t_1)$

$\left\{\begin{array}{l} x(t_1) = x_0 + vt_1 \\ v(t_1) = v \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_0 + A\sin[w_0(t_1-t_1)+\alpha] = x_0 + vt_1 \\ v(t_1) = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_1} = Aw_0\cos[w_0(t_1-t_1)+\alpha] = v \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{ll} A\sin\alpha = vt_1 & \text{I} \\ Aw_0\cos\alpha = v & \text{II} \end{array}\right.$

l'énoncé a été modifié par rapport au texte original pour vous guider dans cette résolution, nous vous conseillons de vous entrainer

$\frac{\text{I}}{\text{II}} \Rightarrow \frac{A\sin\alpha}{Aw_0\cos\alpha} = \frac{vt_1}{v} = t_1$ ↳ $\boxed{\tan\alpha = w_0 t_1}$

et le système se reecrit $\left\{\begin{array}{l} \sin\alpha = \frac{vt_1}{A} \\ \cos\alpha = \frac{v}{Aw_0} \end{array}\right.$

il est très clair qu'à la difficulté physique s'ajoute la difficulté de mise en équation

4

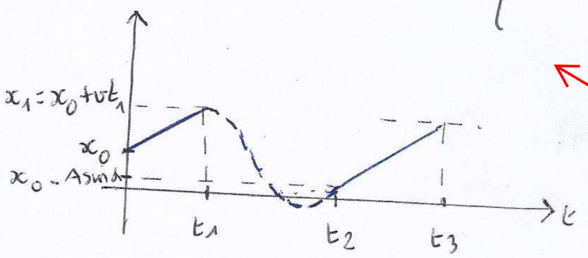
avec $x(t_3) = x(t_2) + \overbrace{v(t_3 - t_2)}$ distance parcourue sur le tapis depuis instant t_2

position où la masse retrouve le tapis

donc $F(t_3) = k\{x(t_2) + v(t_3 - t_2) - x_0\}$ avec $x(t_2) = x_0 - A\sin\alpha$

$$F(t_3) = k\{-A\sin\alpha + v(t_3 - t_2)\}$$

puisque $F(t_3) = T_{max}$; on trouve $\left\{ t_3 - t_2 = \frac{1}{v}\left\{\frac{T_{max}}{k} + A\sin\alpha\right\}\right.$



le tracé doit faire apparaitre cette idée de périodicité

Avec $x(t_3) = x_0 - A\sin\alpha + v \times \frac{1}{v}\left\{\frac{T_{max}}{k} + A\sin\alpha\right\} = x_0 + \frac{T_{max}}{k} = x_0 + vt_1$
$= x(t_1) = x_1$

La période du mouvement est donnée par $t_3 - t_1$

la période apparait sur le schéma

$$T = t_3 - t_1 = t_3 - t_2 + t_2 - t_1$$

$$T = \frac{1}{v}\left\{\frac{T_{max}}{k} + A\sin\alpha\right\} + \frac{2\pi - \alpha}{\omega_0} = t_1 + \frac{A\sin\alpha}{v} + \frac{2\pi - \alpha}{\omega_0}$$

$$T = \frac{\tan\alpha}{\omega_0} + \frac{A\sin\alpha}{v} + \frac{2\pi - \alpha}{\omega_0}$$

10. L'ensemble tapis/rouleau modelise une plaque lithospherique
L'objet m : 1 plaque lithospherique en mouvement par rapport à l'autre plaque. L'objet verticale 1 autre pont de la plaque lithospherique
Le ressort modelise l'élasticité de la plaque.

toute tentative de réponse géologique est valorisée