Chapitre # (ANN) 1
Questions de cours de 1ère année posées au concours Agro—Véto

- Cette liste n'est pas exhaustive et est vouée à être modifiée à chaque session ; elle sera ainsi complétée après chaque rapport publié par le SCAV.
- Ce document ne contient que les questions du programme de 1ère année. Elle sera complétée l'année prochaine.

Question	Référence au chapitre & Brève réponse	*Commentaire*

1. ALGÈBRE

APPLICATIONS, NOMBRES COMPLEXES, TRIGONOMÉTRIE, POLYNÔMES

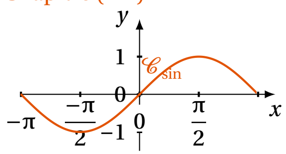
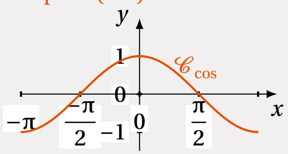
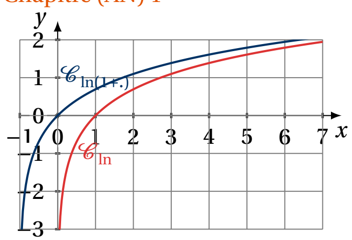
Définition du module d'un nombre complexe	Chapitre (ALG) 5 $\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$ si $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$	*Connaitre également l'interprétation géométrique*
Pour $\theta \in \mathbb{R}$, exprimer $\cos(2\theta)$, $\sin(2\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$	Chapitre (ALG) 3 $\cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta) - 1, \sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$	
Pour $\theta \in \mathbb{R}$, exprimer $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$	Chapitre (ALG) 3 $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\theta$, $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\theta$	
Somme et produit des racines d'une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, $a \neq 0$	Chapitre (ALG) 10 Notant x_1, x_2 les deux racines, $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}, x_1x_2 = \frac{c}{a}$	*À retrouver rapidement si besoin à l'aide des formules* $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
Qu'appelle-t-on racine d'un polynôme ?	Chapitre (ALG) 10 un $\lambda \in \mathbb{K}$ (donc $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$) tel que $\mathrm{P}(\lambda) = 0$	
Citer le théorème de D'ALEMBERT-GAUß	Chapitre (ALG) 10 Tout polynôme P non constant de $\mathbb{K}[X]$ s'écrit sous la forme : $\mathrm{P} = \mathrm{dom}(\mathrm{P}) \times \prod_{i=1}^{n}(X - \lambda_i)$	*On peut aussi lui préférer la conclusion suivante : « ... possède une racine complexe »*
Qu'appelle-t-on ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme non nul ?	Chapitre (ALG) 10 Le $m \in \mathbb{N}$ maximal tel que $(X - \lambda)^m \mid \mathrm{P}$ mais $(X - \lambda)^{m+1} \nmid \mathrm{P}$	*Ici on attend la* ***définition****, ne pas confondre avec la* ***caractérisation*** *à l'aide du polynôme dérivé*
Pour $n \in \mathbb{N}$, et $k \in \mathbb{N}$, que vaut la dérivée k-ième du polynôme X^n ?	Chapitre (ALG) 10 $(X^n)^{(k)} = n(n-1)\dots(n-k+1)X^{n-k}$ si $k \leqslant n$ et 0 si $k > n$	*Ne pas oublier le cas particulier*
Définition d'une application $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$ injective	Chapitre (ALG) 6 Pour tout $x, x' \in \mathrm{E}$, $f(x) = f(x') \implies x = x'$	*Ne surtout pas parler de noyau, on ne vous dit pas que f est linéaire*
Définition d'une application $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$ surjective	Chapitre (ALG) 6 Pour tout $y \in \mathrm{F}$, il existe $x \in \mathrm{E}$ tel que $f(x) = y$	*Ne surtout pas parler de rang, on ne vous dit pas que f est linéaire*
Pour une application $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$ bijective, définition de f^{-1}	Chapitre (ALG) 6 L'unique application $f^{-1} : \mathrm{F} \longrightarrow \mathrm{E}$ vérifiant $f \circ f^{-1} = \mathrm{Id}_{\mathrm{F}}, f^{-1} \circ f = \mathrm{Id}_{\mathrm{E}}$	
Pour n un entier naturel, rappeler les valeurs des sommes $\sum_{k=0}^{n} k$ et $\sum_{k=0}^{n} k^2$	Chapitre (ALG) 4 $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	

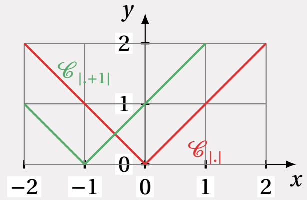
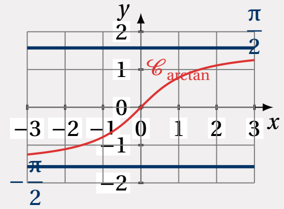
ALGÈBRE LINÉAIRE

Définition d'une famille libre $(u_1,\dots,u_n)$ de vecteurs dans un espace vectoriel E	Chapitre (ALG) 11 $(x_1,\dots,x_n)$ telle que : $\forall \lambda_1,\dots,\lambda_n \in \mathbb{K}, \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \Longrightarrow \forall i, \lambda_i = 0$	*Attention aux quantificateurs!*
Définition d'une famille génératrice dans un espace vectoriel E	Chapitre (ALG) 11 $(x_1,\dots,x_n)$ telle que : $\forall x \in \mathrm{E}, \exists \lambda_1,\dots,\lambda_n \in \mathbb{K}, x = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$	*Attention aux quantificateurs!*
Donner la définition d'une base d'un espace vectoriel	Chapitre (ALG) 11 *i.e.* donner la définition d'une famille libre et d'une famille génératrice finie	*Attention aux quantificateurs!*
Donner la définition d'un endomorphisme d'un espace vectoriel E	Chapitre (ALG) 11 Pour tous $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$ et $x, y \in \mathrm{E}$, $f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y)$.	
Définition du noyau d'une application linéaire $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$	Chapitre (ALG) 11 $\mathrm{Ker} f = \{x \in \mathrm{E} \mid f(x) = 0_{\mathrm{F}}\}$. C'est un sous-espace vectoriel de E (l'ensemble de départ)	*Savoir que* $\mathrm{Ker} f = \{0_{\mathrm{E}}\}$ *caractérise l'injectivité mais uniquement pour les applications* ***linéaires***
Énoncer le théorème du rang pour une application linéaire $f : \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F}$	Chapitre (ALG) 11 Si $\dim \mathrm{E} < \infty$, alors $\dim \mathrm{E} = \dim \mathrm{Ker} f + \mathrm{Rg} f$	*Ne pas oublier* ***l'hypothèse*** $\dim \mathrm{E}$ ***finie****, et ne pas mélanger ensemble de départ et d'arrivée*
Condition nécessaire et suffisante pour qu'une application linéaire soit injective	Chapitre (ALG) 11 $\mathrm{Ker} f = \{0_{\mathrm{E}}\}$	*Ici f est linéaire, mais ne surtout pas dire que c'est équivalent à la surjectivité (pas d'hypothèse de dimension finie)*
Inversibilité d'une matrice carrée 2×2	Chapitre (ALG) 8 $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ est inversible si et seulement si $\det \mathrm{M} = ad - bc \neq 0$	*Connaitre aussi la définition : il existe N de même format que M telle que* $\mathrm{MN} = \mathrm{NM} = \mathrm{I}_2$
Définition d'une matrice carrée inversible	Chapitre (ALG) 8 Il existe N de même format que M telle que $\mathrm{MN} = \mathrm{NM} = \mathrm{I}_n$	*Ne pas oublier les deux égalités, même si théoriquement on peut se passer de l'une d'entre elles (voir une remarque du cours)*
Matrices semblables : définition	Chapitre (ALG) 8 A, B sont deux matrices semblables s'il existe P inversible telle que $\mathrm{A} = \mathrm{PBP}^{-1}$	
Définition de la matrice d'un endomorphisme f de E dans une base $\mathscr{B} = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ de E	Chapitre (ALG) 11 La matrice de j-ième colonne ($j \in [\![1, \dim \mathrm{E}]\!]$) la matrice de $f(e_j)$ dans la base $\mathscr{B}$	

2. ANALYSE

Fonctionnelle		
Si $\alpha \in \mathbb{R}$, rappeler les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(\alpha)$ en $x \in \mathbb{R}$	Chapitre (ALG) 3 $x = \pm\alpha + 2k\pi$ pour $k \in \mathbb{Z}$	*Faire un dessin de cercle trigonométrique pour le retrouver (et l'expliquer se besoin)*
Si $\alpha \in \mathbb{R}$, rappeler les solutions de l'équation $\sin(x) = \sin(\alpha)$ en $x \in \mathbb{R}$	Chapitre (ALG) 3 $x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$ pour $k \in \mathbb{Z}$	*Faire un dessin de cercle trigonométrique pour le retrouver (et l'expliquer se besoin)*
Si $\alpha \in \mathbb{R}$, rappeler les solutions de l'équation $\tan(x) = \tan(\alpha)$ en $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$	Chapitre (ALG) 3 $x = \alpha + k\pi$ pour $k \in \mathbb{Z}$	*Faire un dessin de cercle trigonométrique pour le retrouver (et l'expliquer se besoin)*

Donner la définition de la partie entière d'un réel x	Chapitre (ALG) 2 Soit $x \in \mathbb{R}$, c'est l'unique entier $n \in \mathbb{Z}$ vérifiant $n \leqslant x < n+1$	*Attention aux inégalités strictes et larges : on ne les met pas au hasard. Il est important aussi de connaître le graphe (et de mentionner les points d'ouverture/fermeture de la courbe)*
Minorant et minimum d'une partie non vide de $\mathbb{R}$	Chapitre (ALG) 2 Si $A \subset \mathbb{R}$, un minorant m de A vérifie : $\forall a \in A, a \geqslant m$, un minimum est un minorant appartenant à la partie	*Savoir aussi que le plus grand minorant est ce que l'on appelle la borne inférieure de* A, *notée* $\inf A$
Si f est la fonction définie sur $]0,1[$ par : $f(x) = \sqrt{1-x}$ sur l'intervalle $]0,1[$, déterminer l'expression de sa dérivée sur $]0,1[$	Chapitre (AN) 1 Soit $x \in]0,1[$, $f'(x) = \dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}$	
Allure de la représentation graphique de la fonction sin sur l'intervalle $[-\pi,\pi]$	Chapitre (AN) 1 	
Allure de la représentation graphique de la fonction cos sur l'intervalle $[-\pi,\pi]$	Chapitre (AN) 1 	
Allure des représentations graphiques des fonctions $x \longmapsto \ln(x)$ et $x \longmapsto \ln(1+x)$	Chapitre (AN) 1 	

Allure des représentations graphiques des fonctions $x \longmapsto \lvert x \rvert$ et $x \longmapsto \lvert x+1 \rvert$	Chapitre (AN) 1 	
Rappeler les deux expressions de la dérivée de la fonction tan	Chapitre (AN) 1 $\tan' = 1+\tan^2 = \dfrac{1}{\cos^2}$ sur $\mathcal{D}_{\tan}$	*Savoir aussi qu'elle est dérivable sur son ensemble de définition*
Allure de la représentation graphique de la fonction arctan en précisant ses asymptotes en $\pm\infty$	Chapitre (ALG) 6  Les asymptotes en $\pm\infty$ sont $y = \pm\dfrac{\pi}{2}$	*Savoir aussi justifier l'existence à l'aide du théorème de la bijection, bien dire qu'il est nécessaire de restreindre* tan *à* $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$.
Si f est une fonction définie sur un intervalle I, et si $a \in I$, définition de la continuité de f en a	Chapitre (AN) 6 $\lim\limits_{x\longrightarrow a} f(x) = f(a)$	
Énoncer le théorème de la bijection monotone.	Chapitre (AN) 6 Soit $f : I \longrightarrow J$ continue, strictement monotone. Alors f réalise une bijection de I sur J, et f^{-1} est de même monotonie que f	
Donner la définition d'une fonction f prolongeable par continuité en un point a	Chapitre (AN) 6 Soit f une fonction définie sur $I \setminus \{a\}$. Elle est prolongeable par continuité en a si f admet une limite finie ℓ en a. Le prolongement est alors : $\forall x \in I$, $\hat{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in I \setminus \{a\}, \\ \ell & \text{si } x = a. \end{cases}$	
Équation de la tangente de la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a	Chapitre (AN) 1 Si f est dérivable en a, elle admet pour tangente en a la droite d'équation $y = f'(a)(x-a) + f(a)$	
Dérivée d'une composée $f \circ g$	Chapitre (AN) 1 $(f\circ g)' = f'\circ g \times g'$ si $g : I \longrightarrow J, f : K \subset J \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivables	

Donner la formule de TAYLOR-YOUNG	Chapitre (AN) 8 si f est $\mathscr{C}^n$ au voisinage de x_0, alors $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k + \underset{x\to x_0}{o}((x-x_0)^n)$	*Ne pas oublier l'hypothèse de classe $\mathscr{C}^n$*
Définition de la négligeabilité d'une fonction par rapport à une autre au voisinage de ∞	Chapitre (AN) 8 Soient deux fonctions f, g définies au voisinage de a, et telle que g ne s'annule pas au voisine de $+\infty$, $f(x) = \underset{x\to\infty}{o}(g(x))$ signifie $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$	
Développement limité à l'ordre 5 au voisinage de 0 de la fonction sinus	Chapitre (AN) 8 $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \underset{x\to 0}{o}(x^5)$	*Vérifier à l'aide de la parité*
Développement limité d'ordre 5 au voisinage de 0 de la fonction cosinus	Chapitre (AN) 8 $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \underset{x\to 0}{o}(x^5)$	*Vérifier à l'aide de la parité*
Donner le développement limité au voisinage de 0, à l'ordre 4 de la fonction $x \longmapsto \frac{x}{1+x}$	Chapitre (AN) 8 $\frac{x}{1+x} = x\left(1 - x + x^2 - x^3 + \underset{x\to 0}{o}(x^3)\right) = x - x^2 + x^3 - x^4 + \underset{x\to 0}{o}(x^4)$	*Vérifier à l'aide de la parité*
Développement limité à l'ordre 4 de $x \longmapsto \ln(1+x)$ lorsque x est au voisinage de 0	Chapitre (AN) 8 $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \underset{x\to 0}{o}(x^4)$	
Définition de la dérivée d'une fonction f en un point a	Chapitre (AN) 1 $\lim\limits_{x\longrightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ existe et est finie	*Savoir expliquer géométriquement ce que cela signifie*
Énoncer le théorème de ROLLE	Chapitre (AN) 6 Si $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ (où $a < b$) telle que f est continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$ et $f(a) = f(b) = 0$, alors : $\exists c \in]a,b[, \quad f'(c) = 0$.	*Ne pas oublier les hypothèses précises : continue sur le **segment**, dérivable sur l'intervalle **ouvert***
Rappeler la formule des accroissements finis	Chapitre (AN) 6 Si $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ (où $a < b$) telle que f est continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$, alors : $\exists c \in]a,b[, \quad f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.	*Ne pas oublier les hypothèses précises : continue sur le **segment**, dérivable sur l'intervalle **ouvert***

Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' + a(t)y = 0$?	Chapitre (AN) 2 $\{x \longmapsto Ce^{-A(x)}, C \in \mathbb{R}\}$ où A est une primitive de a	*Dire également que A existe dès que a est continue, bien mentionner un **ensemble** de solutions (donc avec des accolades).*
Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$. Donner l'ensemble des solutions de l'équation différentielle : $y'' + ay' + by = 0$	Chapitre (AN) 2 (Considérer l'équation caractéristique $x^2 + ax + b = 0$, distinguer les cas $\Delta = a^2 - 4b$ positif, nul ou négatif)	*Montrer simplement que vous connaissez le résultat (donner des noms génériques pour les racines réelles ou complexes)*
Si f est la fonction définie sur $]0,1[$ par : $f(x) = \sqrt{1-x}$ sur l'intervalle $]0,1[$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur $]0,1[$	Chapitre (AN) 2 $\sqrt{1-x} = (1-x)^{1/2}$ se primitive en $x \longmapsto -\frac{(1-x)^{3/2}}{3/2} = -\frac{2}{3}(1-x)^{3/2}$	*Se ramener à des fonctions puissances permet de ne retenir qu'une seule formule de primitivation/dérivation*
Donner la dérivée et une primitive de $t \longmapsto \frac{1}{t^3}$ sur $]0,+\infty[$	Chapitre (AN) 2 La fonction se primitive en $t \in]0,+\infty[\longmapsto \frac{t^{-2}}{-2} = -\frac{1}{2t^2}$	*Se ramener à des fonctions puissances $\frac{1}{t^3} = t^{-3}$ permet de ne retenir qu'une seule formule de primitivation/dérivation*
Si $\alpha \in \mathbb{R}$, déterminer l'expression d'une primitive de $x \longmapsto \frac{1}{x^\alpha}$ sur $\mathbb{R}^{+\star}$	Chapitre (AN) 2 $\frac{1}{x^\alpha} = x^{-\alpha}$ se primitive en $\frac{x^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} = \frac{1}{1-\alpha}x^{1-\alpha}$ si $\alpha \neq 1$. Si $\alpha = 1$, alors $x \longmapsto \ln\lvert x\rvert$ est une primitive	*Ne pas oublier de cas particulier sur α, et la valeur absolue dans le cas particulier*
Énoncer le théorème d'intégration par parties sur une intégrale	Chapitre (AN) 2 $u, v : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions de classe $\mathscr{C}^1$. Alors $\int_a^b u(t)v'(t)\,dt = -\int_a^b u'(t)v(t)\,dt + [uv]_a^b$.	*Ne pas oublier les hypothèses $\mathscr{C}^1$, aussi importantes que la formule*

Énoncer le théorème de changement de variable	Chapitre (AN) 2 $f: \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie et continue sur un intervalle I, et $\varphi : [a,b] \longrightarrow \mathrm{I}$ $\mathscr{C}^1$. Alors : $\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{d}t.$	*Ne pas oublier les hypothèses $\mathscr{C}^1$, aussi importantes que la formule*
Définition et convergence de la somme de RIEMANN d'une fonction f continue sur $[0,1]$	Chapitre (AN) 7 $\mathrm{S}_n(f) = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(0+\frac{k(1-0)}{n}\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$	*Bien mentionner que f est continue si ce n'est pas précisé. S'aider d'un dessin en cas de besoin. La somme converge encore avec pour bornes 1 et n.*

SUITES & SÉRIES

Donner la définition de $u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \ell$	Chapitre (AN) 4 $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geqslant n_0, \|u_n - \ell\| < \varepsilon$	*Attention aux quantificateurs*
Donner la définition de $u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} +\infty$	Chapitre (AN) 4 $\forall \mathrm{M} > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geqslant n_0, u_n > \mathrm{M}$	*Attention aux quantificateurs*
Énoncer la définition et le théorème des suites adjacentes	Chapitre (AN) 4 Définition : deux suites de monotonie différente dont la différence tend vers zéro. Théorème : les deux suites convergent vers la même limite	*Attention au mélange entre les deux !*

3. DÉNOMBREMENT, PROBABILITÉS & STATISTIQUES

DÉNOMBREMENT

Pour n et k entiers naturels, donner l'expression du coefficient binomial $\binom{n}{k}$	Chapitre (ALG) 7 $\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!} & \text{si } 0 \leqslant k \leqslant n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$	*Ne pas oublier les conventions.*
Formule de PASCAL sur les coefficients binomiaux	Chapitre (ALG) 7 $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}.$	

PROBABILITÉS

Si A et B désignent deux événements d'un même espace probabilisé, donner la définition de « A et B sont incompatibles » et de « A et B sont indépendants »	Chapitre (PS) 1 Incompatibles : $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \emptyset$. Indépendants : $\mathbb{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \mathbb{P}(\mathrm{A})\mathbb{P}(\mathrm{B})$	
Énoncer la formule de BAYES	Chapitre (PS) 1 $\mathbb{P}(\mathrm{A}\|\mathrm{B}) = \mathbb{P}(\mathrm{B}\|\mathrm{A})\frac{\mathbb{P}(\mathrm{A})}{\sum_{i=1}^n \mathbb{P}(\mathrm{B}\|\mathrm{A}_i)\mathbb{P}(\mathrm{A}_i)}$	*Ne pas oublier l'hypothèse de système complet d'évènements*
Définition d'un système complet d'événements	Chapitre (PS) 1 Une famille d'évènements $(\mathrm{A}_i)_{i=1}^n$ telle que $\mathrm{A}_i \cap \mathrm{A}_j = \emptyset$ si $i \neq j$ et $\cup_{i=1}^n \mathrm{A}_i = \Omega$	*Attention, cette version sera généralisée en 2ème année.*
Énoncer la formule des probabilités totales	Chapitre (PS) 1 $\forall \mathrm{B} \in \mathscr{P}(\Omega), \quad \mathbb{P}(\mathrm{B}) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(\mathrm{B}\|\mathrm{A}_i)\mathbb{P}(\mathrm{A}_i)$ si $(\mathrm{A}_i)_{i=1}^n$ est un système complet d'évènements. Préciser aussi que les termes $\mathbb{P}_{\mathrm{A}_i}(\mathrm{A})\,\mathbb{P}(\mathrm{A}_i)$ sont **par convention** égaux à zéro lorsque l'un des A_i est de probabilité nulle.	*Ne pas oublier l'hypothèse système complet d'évènements. Attention, cette version sera généralisée en 2ème année.*
Énoncer la formule des probabilités composées	Chapitre (PS) 1 Si $\mathbb{P}(\mathrm{A}_1 \cap \ldots \cap \mathrm{A}_{n-1}) \neq 0$. Alors $\mathbb{P}(\mathrm{A}_1 \cap \ldots \cap \mathrm{A}_n) = \mathbb{P}(\mathrm{A}_1)\mathbb{P}_{\mathrm{A}_1}(\mathrm{A}_2)\,\mathbb{P}_{\mathrm{A}_1\cap\mathrm{A}_2}(\mathrm{A}_3)\ldots \mathbb{P}_{\mathrm{A}_1\cap\ldots\cap\mathrm{A}_{n-1}}(\mathrm{A}_n)$.	*Ne pas oublier l'hypothèse de non-négligeabilité de l'intersection de plus grande longueur*
Définition de la notion d'indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements	Chapitre (PS) 1 Si $(\mathrm{A}_1, \ldots, \mathrm{A}_n)$ est une famille de n évènements, l'indépendance mutuelle signifie que toute sous-famille $\mathrm{A}_{i_1}, \ldots, \mathrm{A}_{i_p}$ on a $\mathbb{P}\left(\mathrm{A}_{i_1} \cap \ldots \cap \mathrm{A}_{i_p}\right) = \mathbb{P}\left(\mathrm{A}_{i_1}\right) \times \cdots \times \mathbb{P}\left(\mathrm{A}_{i_p}\right)$	*Attention ce n'est pas uniquement* $\mathbb{P}(\mathrm{A}_1 \cap \ldots \cap \mathrm{A}_p) = \mathbb{P}(\mathrm{A}_1) \times \cdots \times \mathbb{P}(\mathrm{A}_p)$

VARIABLES ET VECTEURS ALÉATOIRES

Donner la définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Donner son tableau de variations	Chapitre (PS) 3 $\mathrm{F_X} : t \in \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{P}(\mathrm{X} \leqslant t)$, c'est une fonction croissante, $\lim_{t\to-\infty} \mathrm{F_X}(t) = 0$, $\lim_{t\to\infty} \mathrm{F_X}(t) = 1$	*On demande ici une allure générale du tableau, mentionnez également les limites en $\pm\infty$*

Si X est une variable aléatoire admettant une espérance et une variance, et si a et b sont deux réels, rappeler l'espérance et la variance de la variable aléatoire $aX+b$	Chapitre (PS) 3 $\mathbb{E}(aX+b) = a\mathbb{E}(X)+b, \mathbb{V}(X) = a^2\mathbb{V}(X)$	
Énoncer le théorème de transfert dans le cadre d'une variable aléatoire réelle discrète	Chapitre (PS) 3 $\mathbb{E}(f(X)) = \sum_{x\in X(\Omega)} f(x)\mathbb{P}(X=x)$	
Définition de la variance d'une variable aléatoire discrète admettant un moment d'ordre 2	Chapitre (PS) 3 $\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}\left((X-\mathbb{E}(X))^2\right)$	*Possibilité de donner aussi aussi la version* König-Huygens $\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}\left(X^2\right)-\mathbb{E}(X)^2$, *mais on attend plutôt la première*
Variance de la différence de deux variables aléatoires. Cas particulier où les deux variables sont indépendantes	Chapitre (PS) 3 Soient X, Y deux telles variables, $\mathbb{V}(X-Y) = \mathbb{V}(X)+\mathbb{V}(-Y) = \mathbb{V}(X)+(-1)^2\mathbb{V}(Y) = \mathbb{V}(X)+\mathbb{V}(Y)$, à la première égalité nous avons utilisé l'indépendance de X et $-Y$	*La variance n'est pas linéaire*
Énoncer la définition de l'indépendance de deux variables aléatoires réelles discrètes	Chapitre (PS) 3 Deux variables aléatoires X, Y sont indépendantes si pour tout $(x,y)\in X(\Omega)\times Y(\Omega)$, $\mathbb{P}(X=x, Y=y) = \mathbb{P}(X=x)\mathbb{P}(Y=y)$	
Énoncer l'inégalité de Markov	Chapitre (PS) 3 Soit X positive admettant une espérance. Alors pour tout $a>0$, $\mathbb{P}(X\geqslant a)\leqslant \frac{\mathbb{E}(X)}{a}$	*Ne pas oublier les hypothèses.*
Énoncer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev	Chapitre (PS) 3 Soit X admettant une variance. Alors pour tout $\varepsilon>0$, $\mathbb{P}(\lvert X-\mathbb{E}(X)\rvert\geqslant\varepsilon)\leqslant\frac{\mathbb{V}(X)}{\varepsilon^2}$	*Ne pas oublier l'existence d'un moment d'ordre deux*