

## Séance 2 : soutien trigonométrie

### Exercice 1

On considère un réel  $\alpha$  tel que  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$  et  $\sin(\alpha) = \frac{1}{3}$ .

Calculer les valeurs exactes de  $\cos(\alpha)$  et  $\sin(2\alpha)$ .

### Exercice 2

En utilisant  $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$  ou  $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$ , montrer que :

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \sqrt{3}$$

### Exercice 3

1. On pose  $P = \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)$ .

Calculer  $P \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$  et en déduire la valeur de  $P$ .

2. a. Vérifier que, pour tous  $a, b \in \mathbb{R}$  :  $\sin(a) \cos(b) = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$ .

b. On pose  $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$ .

Calculer  $S \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$  et en déduire la valeur de  $S$ .

### Exercice 4

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les (in)équations suivantes :

1.  $\sin(2x + 1) = \frac{1}{2}$

2.  $\cos(2x) = \cos(x)$

3.  $\cos(2x) + \sin(2x) = 0$

4.  $\cos(2x) - 2 \cos(x) = -\frac{3}{2}$

5.  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) + \frac{1}{2} \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

6.  $\sqrt{3} \cos(x) + \sin(x) - \sqrt{2} \leq 0$