

Programme de colles

du 6 au 10/11/2023

- Cette semaine : on reste sur les fonctions. J'ai fini le cours sur les sommes/produits et bien attaqué les complexes, mais trop peu d'exercices ont été faits pour l'instant.
- Cette semaine : 1 question de cours en Maths **et** 1 question de cours en info (indiquées par le logo >_🔗).

1.

[MATHS] FONCTIONS



⊗ Attention

L'objectif de ce chapitre est de balayer toutes les notions permettant d'effectuer une étude complète de fonction **simple** :

- des généralités, en incluant la notion de composée, mais pas encore de fonction bijective.
- Des calculs pratiques de limites : règles usuelles, croissances comparées, théorèmes d'encadrement/majoration/minoration et quelques techniques pour lever des formes indéterminées. **Pas encore d'équivalents, et de théorème de convergence monotone etc.**
- La définition de fonction continue et les opérations classiques sur les fonctions continues mais rien d'autre. **En particulier, pas encore de prolongement pas continuité, d'équivalents et de « grands » théorèmes type théorème de la bijection, etc.** Le théorème de la bijection sera vu dans le prochain chapitre. Les études de continuité de fonctions compliquées (avec parties entières par exemples) ne sont pas dans l'esprit de ce programme de colles.
- Des calculs pratiques de dérivées, mais là encore pas encore de « grand » théorème. Dérivée d'une composée notamment, mais pas encore la dérivée d'une réciproque.
- Les fonctions usuelles, mais pas encore arcsin, arccos, arctan.

- **Généralités.** Fonction, et application. Image d'une fonction, graphe. Opérations sur les fonctions. Composée. Parité, imparité, périodicité. Sens de variation. Fonctions bornées, majorées, minorées.

- **Calculs de limites & Continuité.** Limite à droite/gauche. Opérations. Composition des limites. Théorème d'encadrement, de majoration/minoration. Croissances comparées. Continuité en un point, sur un intervalle. Opérations et compositions de fonctions continues.
- **Calculs de dérivées.** Nombre dérivé, fonction dérivable. Équation de la tangente. Dérivable implique continue. Dérivées successives, fonction \mathcal{C}^n . Formules de dérivation. Dérivée d'une composée. Monotonie et dérivée. Utilisation de la dérivation pour calculer des limites.
- **Fonctions usuelles.** Polynômes, carré, cube. Monôme inverse, racine carrée, limites de racines par expression conjuguée. Logarithme népérien, logarithme décimal. Puissances sous forme exponentielle. Valeur absolue. Partie entière. Fonctions circulaires.

QUESTIONS & EXEMPLES IMPORTANTS DE COURS

1. Rappeler la définition de la partie entière, et en déduire $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\lfloor x \rfloor}{\sqrt{x}}$.
2. Domaine de définition et dérivabilité de f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x^4 + 1}{x^2 + 1}\right)$, puis calcul de la dérivée.
3. Domaine de définition et dérivabilité de g définie par $g(x) = \frac{x \ln(x)}{e^{x^2}}$, puis calcul de la dérivée.
4. Donner la définition de fonction dérivable en un point a , et de $f'(a)$. En déduire la limite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ selon deux méthodes. (D'une part en reconnaissant un taux d'accroissement, d'autre part en simplifiant l'expression.)
5. Fonction usuelle $x \mapsto \sqrt{x}$: domaine de définition, parité/périodicité éventuelles, allure du graphe, limites, dérivabilité (énoncer la formule donnant la dérivée et démontrer qu'elle n'est pas dérivable en zéro).
6. Donner les définitions de a^b dans les cas suivants : $a \in \mathbb{R}$, $b = n \in \mathbb{N}$, et $b \in \mathbb{R}$, $a > 0$. On note $f = \exp_{1/3} : x \mapsto \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $g : x \mapsto x^{1/3}$. Donner $\mathcal{D}_f, \mathcal{D}_g$, leur dérivée sur un domaine à préciser, et l'allure de leur graphe.
7. Fonction usuelle \tan : domaine de définition, parité/périodicité éventuelles, allure du graphe, limites remarquables, dérivabilité.
8. >_🔗 Écrire une fonction d'en-tête somme(L) qui renvoie la somme des termes d'une liste L.
9. >_🔗 Écrire une fonction d'en-tête maximum_premind(L) qui retourne le maximum de la liste L et le premier indice d'apparition du maximum. *Au choix du*

colleur, un prolongement parmi les questions suivantes : comment obtenir le minimum ? le dernier indice ?

10. ➤_🔗 Écrire une fonction d'en-tête `cherche_mot` (`mot`, `ch`) qui retourne **True** si `mot` apparaît dans la chaîne `ch` et **False** sinon, sans utiliser `in`.

À venir : sommes & produits, complexes.