Séance 9 : IPP/changement de variables

Exercice 1 : Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties.

1. $\int_1^e x \ln x \, dx$ **2.** $\int_0^1 t\sqrt{t+1}dt$ **3.** $\int_{\frac{\pi}{2}}^{x} t \sin t \, dt$	**4.** $\int (2u-1)e^{3u}du$ **5.** $\int t\sin(2t)\, dt$ **6.** $\int \left(\frac{1}{2}t-3\right)\ln t \, dt$

Exercice 2 : A l'aide du changement de variable indiqué

1. $\int_1^e \frac{\ln(t)}{t} \, dt$ avec $t = e^x$ **2.** $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{x(x+1)} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) dx$ avec $z = \frac{x}{x+1}$ **3.** $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan t)\, dt$ avec $u = \frac{\pi}{4} - t$	**4.** $\int_0^3 \frac{u\ln(1+u^2)}{1+u^2}$du avec $v = 1+u^2$ **5.** $\int_1^{e^\pi} \cos(\ln(x)) \; dx$, avec $t = \ln(x)$ **6.** $\int_{-1}^{1} te^{t^2}\sqrt{t^2+1}dt$ avec $u = -t$

Exercice 3 : Soit $n \in \mathbb{N}$, $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n dx$.

1. Calculer I_0 , I_1.
2. A l'aide d'une intégration par parties, exprimer I_{n+1} en fonction de I_n.
3. Calculer I_3.

Exercice 4 :

1. Déterminer les réels a, b, c tels que pour tout réel x de $\mathbb{R}\backslash\left\{-1; -\frac{1}{2}; 1\right\}$:

$$\frac{1}{(1-x)(1+x)(1+2x)} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} + \frac{c}{1+2x}$$

2. En déduire une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{\sin(x)+\sin(2x)} \text{ (changement de variable } u=\cos(x))$$