

Programme de colles

du 18 au 22/12/2023

- Cette semaine, pour fêter Noël avec un peu d'avance : le dénombrement, les tris en info, et du calcul intégral. J'ai terminé les équations différentielles mais trop peu d'exercices ont été faits pour le moment.
- 1 question de cours en Maths et 1 question en Info



1. [MATHS] COMPLÉMENTS SUR LES ENSEMBLES, DÉNOMBREMENT.



⊗ Attention

1. En 1er exercice sur le sujet, privilégier un exercice avec « protocole de dénombrement » dans des contextes concrets (construction de l'objet à compter *via* choix successifs). Idéalement, des contextes probabilistes (urnes, boules et compagnie).
2. Ensuite, si l'élève est à l'aise, on peut passer à des exercices plus théoriques (formules établies par dénombrement par exemple, comme VANDERMONDE et consorts).

- **Compléments sur les ensembles.** Extension des définitions de réunion, intersection, complémentaire, différence vues en début d'année. Lois de MORGAN et règles opératoires. Notion de partition d'un ensemble.
- **Dénombrement.** Cardinal d'un ensemble fini : sous-ensemble fini, partition, cardinal d'une réunion, cardinal d'un produit cartésien, nombre de parties d'un ensemble, cardinal de l'ensemble des applications entre deux ensembles finis. Listes, permutations, combinaisons, cardinaux associés. Propriétés des coefficients binomiaux à l'aide du dénombrement.

2. [MATHS] CALCULS DE PRIMITIVES & ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES



- **Calculs de primitives & d'intégrales.** Généralités, propriétés, structure de l'ensemble des primitives. Définition de $\int_a^b f(x) dx$, $a, b \in \mathbb{R}$, à l'aide d'une primitive, propriétés utiles pour le calcul de primitives (linéarité, croissance, positivité, relation de CHASLES). Lien entre primitive et intégrale/relation fondamentale de l'analyse. Techniques de calculs d'intégrales : intégration par parties et changement de variable pour les intégrales sur un segment de fonctions continues, primitive du logarithme. Intégrales de fonctions paires/impaires/périodiques. Primitives usuelles. Cas des fractions rationnelles.

⊗ Attention

Ce premier chapitre d'intégration est encore partiel : uniquement des calculs d'intégrales. Ne sont **pas** encore au programme des exercices :

- les intégrales à deux bornes variables,
- les sommes de RIEMMANN,
- tout ce qui est majoration / minoration d'intégrales,
- l'étude de monotonie d'intégrales à paramètre.

J'ai effectué divers exemples de primitivations de fractions rationnelles, mais les élèves doivent être guidés sur ce type de fonctions (notamment sur la décomposition en éléments simples).

1. Soit I un ensemble et $(A_i)_{i \in I}$ une famille de parties d'un ensemble E . Écrire la définition (avec accolades) de $\bigcap_{i \in I} A_i$, $\bigcup_{i \in I} A_i$, et rappeler les lois de MORGAN.
2. Soit E un ensemble. Donner la définition de partition $(A_i)_{i \in I}$ de E , puis la formule sur $\text{Card}(A \cup B)$ avec $A, B \subset E$ deux sous-ensembles de E .
3. Soient p, n deux entiers positifs tels que $0 \leq p \leq n$. Donner le nombre de p -listes, et le nombre de p -listes d'éléments distincts d'un ensemble E de cardinal n . Justifier ces deux formules.
4. Soient p, n deux entiers positifs tels que $0 \leq p \leq n$. Donner le nombre de p -combinaisons d'éléments distincts d'un ensemble E de cardinal n , et le nombre de permutations d'un ensemble E de cardinal n . Déduire le nombre d'anagrammes de CHEVAL et ANANAS.
5. Citer la formule d'intégration par parties, puis calculer l'unique primitive de \ln qui s'annule en 1.
6. Citer la formule de changement de variable, puis calculer $\int_1^4 \frac{e^{1+\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$ en posant $u = \sqrt{t}$.
7. Déterminer, sur un ensemble à préciser, une primitive de $x \mapsto \cos^3 x$.
8. \triangleright  Fonction Python implémentant le tri rapide de manière récursive.
9. \triangleright  Fonction qui détermine si une liste est triée par ordre croissant.
10. \triangleright  Fonction qui trouve le minimum d'une liste et renvoie le premier indice d'apparition, puis une seconde fonction pour le tri par sélection (du minimum, version en place faite en cours).

À venir : les équations différentielles, puis le calcul matriciel.