

## Séance 12 (révisions)

### Exercice 1 : (inéquations)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

1.  $|x^2 - 2x| \leq 2x + 5$ .
2.  $\frac{3x+x^3}{1+3x^2} \in ]-1; 1[$ .

### Exercice 2 : (trigonométrie)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les (in)équations suivantes :

1.  $\cos(2x) - 2 \cos(x) = -\frac{3}{2}$ .
2.  $\sqrt{3} \cos(x) + \sin(x) - \sqrt{2} \leq 0$ .

### Exercice 3 : (complexes)

1. Donner une forme exponentielle de  $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{6}}$ .
2. Linéariser puis donner une primitive :  $\sin^2(4x) \cos(3x)$ .
3. Déterminer la forme algébrique de  $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ .

### Exercice 4 : (applications)

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \arctan\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$ .

1. Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera.
2. Justifier que  $f^{-1}$  est dérivable sur  $J$  et déterminer  $(f^{-1})'(0)$ .

### Exercice 5 :

1. Démontrer que pour tout réel positif  $x$ ,  $e^x \geq \frac{x^2}{2}$ .
2. En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x}$ .