

# Programme de colles

du 18 au 22/3/2024


- Cette semaine : 1 question de cours en Maths et 1 question de cours en Info.
- Pas d'exercice en statistiques, ils devront porter sur les polynômes.

## 1. [MATHS] POLYNÔMES.







### Attention

- Les polynômes sont vus comme des fonctions polynomiales en BCPST. En particulier, on évalue donc les polynômes uniquement en des complexes et réels.
- En arithmétique : rien du tout à part le symbole de divisibilité (je n'ai même pas donné de propriétés).
- Les notions de polynôme irréductible, scindé, la décomposition dans  $\mathbb{R}[X]$  sont hors-programme. Les relations coefficients/racines sont au programme uniquement pour le degré 2.

- **Définition de  $\mathbb{K}[X]$ .** Définition, degré, coefficient dominant, cas du polynôme nul, opérations (somme, produit, multiplication par un réel/ complexe, composition). Propriétés du degré, ensembles  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathbb{K}_{=n}[X]$ . Équation-produit sur  $\mathbb{K}[X]$  (intégrité de  $\mathbb{K}[X]$ ).  Représentation d'un polynôme par une liste : fonction degré, évaluation (méthode naïve), dérivation, multiplication par X.
- **Polynôme dérivé.** Définition de la dérivée première, dérivées successives. Propriétés de la dérivation (immédiates pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , admises pour  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ). Degré et dérivation. Unicité des coefficients d'un polynôme.
- **Racines.** Divisibilité d'un polynôme par un autre. Définition d'une racine. Tout polynôme de degré impair possède une racine réelle. Racines multiples : définition et lien avec le polynôme dérivé. Comptage de racines.
- **Factorisation.** Allure de la factorisation dans  $\mathbb{C}[X]$ , exemples de recherche de racines. Retour sur la résolution de  $z^n = \alpha$  avec  $\alpha \neq 0$ . Relations coefficients / racines pour le degré 2.

## QUESTIONS & EXEMPLES IMPORTANTS DE COURS

1. Définir le polynôme dérivé une fois, puis  $k$  fois, puis donner sans justification une formule pour  $[(X - a)^n]^{(k)}$ .
2. Définir  $P \mid Q$  pour deux polynômes  $P, Q$ . Montrer, selon deux méthodes, que :
 
$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad X^2 \mid (X + 1)^n - nX - 1.$$

*Rappel pour les élèves : l'une des méthodes s'obtient en écrivant  $(X + 1)^n - nX - 1$  sous la forme  $X^2Q$  avec  $Q \in \mathbb{R}[X]$ . L'autre se situe dans un autre exemple où l'on montre que 0 est racine multiplicité au moins deux.*
3. Donner la **définition** de racine multiple d'un polynôme, puis la reformulation à l'aide du polynôme dérivé.
4. Définition de la variance et de l'écart-type d'une série statistique. Citer la formule de KÖNIG-HUYGENS pour la variance, et la démontrer.
5. Définition de la covariance d'une série statistique bivariée. Citer la formule de KÖNIG-HUYGENS pour la covariance, et la démontrer.
6.  Fonction d'en-tête modalités(L) qui pour une liste L donnée (représentant une série statistique) renvoie la liste des modalités de L.
7.  Fonction d'en-tête dico\_occure(L) qui pour une liste L donnée (représentant une série statistique) renvoie un dictionnaire ayant pour clés les différents éléments de la liste (les modalités) et pour valeur associée le nombre de fois où cet élément est présent dans L (l'effectif associé).
8.  Définition de l'étendue d'une série statistique, et script Python la calculant. La série étant représentée par une liste.
9.  Définition de la moyenne et de la variance d'une série statistique, et script Python les calculant. La série étant représentée par une liste.

### Rappels et conseils pour les questions de cours

- Votre colle commence par ça, elles doivent être parfaitement connues.
- Ainsi, tant qu'il existe du flou, on se ré-entraîne encore et encore... et on pose des questions (à moi-même, ou à vos camarades!).
- Travailler les questions de cours aide à cibler les méthodes importantes, et donc on travaille la pratique par la même occasion.
- Possibilité d'en faire des fiches chaque semaine, et/ou de les travailler en groupe (l'un passe au tableau sur l'une des questions, et la présente aux autres) : certains de vos camarades auront peut-être compris un point que vous n'aviez pas saisi, et inversement.

À venir : compléments sur les limites de fonctions, et continuité.