

Programme de colles (type oraux blancs)

du 9 au 13/6/2025

- Cette semaine : 1 question de cours en Maths prise dans la liste Agro-Véto ci-dessous :



- Puis, 1 exercice format Agro-Véto (long) ou 2 exercices G2E (chacun court avec environ 3 questions). Au moins une question Python dans le sujet. Révisions sur les équations différentielles et le calcul intégral en plus des deux chapitres principaux.

1. [MATHS] APPLICATIONS LINÉAIRES



! Attention

- **Rappels** : les notions de sommes (normale et directe) ne sont pas au programme de BCPST. De fait, les notions associées (projecteurs, symétries, *etc.*) ne le sont pas non plus.
- Les formules de changement de base ne sont pas au programme de 1ère année.
- L'équivalence entre injectivité et surjectivité lorsque les dimensions sont égales n'est pas marquée explicitement dans le programme; les étudiants doivent donc le montrer à l'aide du théorème du rang au cas par cas.

- **Généralités.** Définition d'application linéaire, applications linéaires usuelles (homothéties notamment), opérations, propriétés. Puissances d'un endomorphisme et nilpotence, formule du binôme. Image et noyau, lien avec l'injectivité et la surjectivité. Famille génératrice de l'image à l'aide d'une famille génératrice de l'espace de départ. Isomorphisme, automorphisme, notation groupe linéaire. Cas de la dimension finie : nature d'une famille image, définir une application linéaire

sur une base définit l'application partout, notion de rang (théorème du rang, lien entre les notions de rang...).

- **Représentation matricielle.** Définition, propriété du symbole « Mat » (linéarité, isomorphisme). Application linéaire canoniquement associée à une matrice, et réciproque. Noyau et image d'une matrice. Opérations : matrice d'une combinaison linéaire, d'une composée, d'un inverse.



CAPACITÉS INFORMATIQUES. L'Informatique sur ce chapitre portera notamment sur le TP qui suit :



Exemples de capacités Python : créer une matrice avec numpy (avec boucle ou sans), réaliser des opérations simples dessus, extraire des tranches de cette matrice (colonnes, lignes fixées), calculer les puissances éventuellement au moyen d'une boucle, algorithmes simples (recherche de la somme des coefficients, d'un max, min *etc.*).

2. [MATHS] VARIABLES ALÉATOIRES



! Attention

- Quelques généralités sur les variables aléatoires réelles ont été développées en début de chapitre, mais les exercices resteront dans le cadre de variables aléatoires **finies**.
- J'ai présenté déjà une première fois les inégalités de concentration du programme (MARKOV et BIENAYMÉ-TCHEBYCHEV), mais à garder plutôt pour la fin de la colle.
- La variance de la loi uniforme n'est pas exigible (à rappeler ou faire démontrer si besoin).

- **Généralités.** Définition d'une variable aléatoire sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$, cas particuliers (finies, discrètes et continues). Opérations sur les variables aléatoires. Loi (comme étant $I \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{P}(X \in I)$) et fonction de répartition F_X , fonction d'anti-répartition $1 - F_X$. Propriétés analytiques et probabilistes de la fonction de répartition. Condition suffisante pour qu'une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ soit la fonction de répartition d'une certaine variable aléatoire réelle.

- **Variables aléatoires finies.** Système complet associé à une variable aléatoire finie. Reformulation de la notion de loi pour une variable aléatoire réelle finie : la donnée de $X(\Omega)$ et $\mathbb{P}(X = x)$ pour tout $x \in X(\Omega)$. La donnée de la loi est équivalente à la donnée de la fonction de répartition. Définition d'une variable aléatoire par sa loi, *i.e.* une suite positive de somme 1. Propriétés des variables aléatoires finies : opérations, allure de la fonction de répartition, reformulation de l'indépendance.
- **Moments d'une variables aléatoire finie.** Définition de l'espérance, variance, écart-type, moments. Propriétés de l'espérance : positivité, linéarité, croissance. Théorème du transfert et application. Propriétés de la variance. Centrée/réduite d'une variable aléatoire finie. Espérance d'un produit/variance d'une somme de variables aléatoires réelles discrètes indépendantes (formule admise pour l'espérance d'un produit). Inégalités de concentration : MARKOV et BIENAYMÉ-TCHEBYCHEV.
- **Lois finies usuelles.** Uniforme discrète sur un ensemble fini (définition, propriétés et simulation), BERNOULLI / RADEMACHER (définition, propriétés et simulation), lien entre BERNOULLI et RADEMACHER, binomiale (définition, propriétés et simulation).

➤  **CAPACITÉS INFORMATIQUES.** L'Informatique sur ce chapitre portera notamment sur le TP qui suit :



Exemples de capacités Python : simuler des lois usuelles simples, approcher une espérance par simulation (même chose pour la variance), approcher des probabilités par simulation.

3. RÉVISIONS SUR ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET LE CALCUL INTÉGRAL

L'Informatique sur ce chapitre pourra porter sur le TP suivant (tracés de courbe) :



ou encore le calcul de sommes de RIEMANN.