Soutien matrices première séance.

Exercice 1 : Soients $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer lorsque cela est possible : $2A; -B, A \times B; B \times A$

Exercice 2 : Une matrice carrée d'ordre 3 est telle que : $\begin{cases} a_{ij} = 1 \text{ si } i > j \\ a_{ij} = 0 \text{ sinon} \end{cases}$. Ecrire cette matrice

Exercice 3 : La matrice A est carrée d'ordre 3 telle que pour tout entier i, j compris entre 1 et 3, on a $a_{ij} = i$. Soit B la matrice carrée d'ordre 3 telles que, pour tout entier i, j compris entre 1 et 3, on a $b_{ij} = j^2$. Calculer $2A - 3B$.

Exercice 4 : Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 7 & 6 \\ 15 & 16 & 17 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 15 \\ 40 & 38 & 30 \\ 75 & 80 & 88 \end{pmatrix}$, déterminer les réels $s \ et \ t$ tels que $B = sI_3 + tA$.

Exercice 5 : Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer $AB \ et \ BA$.

Exercice 6 : Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 9 & 1.5 \\ 5 & 15 & 2.5 \end{pmatrix}$, on note C_1, C_2, C_3 les colonnes de A.

1) Vérifier qu'il existe des réels $x, y \ tels$ que $C_2 = xC_1$ et $C_3 = yC_1$.

2) En déduire une écriture de A comme un produit d'une matrice colonne par une matrice ligne.

Exercice 7 : Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Déterminer toutes les matrices B de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ qui commutent avec A.

Exercice 8 : Soit $A = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$,déterminer deux matrices carrées d'ordre 2 non nulles telles que $AB = 0_2$.

Exercice 9 : $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $C = B + I_3$.

a) Calculer C^n pour tout entier naturel *n*.

b) Calculer B^n pour tout entier naturel *n*.

Exercice 10 : $M = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

a) Vérifier que M peut s'écrire sous la forme

$M = 3I + N$.

b) Calculer M^p pour $p \in \mathbb{N}^*$.