Soutien matrices séance 2

Exercice 1 : $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Vérifier que M peut s'écrire sous la forme $M = 2I_3 + N$.

b) Calculer M^p pour $p \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 2 : Déterminer les puissances de $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.

Exercice 3 : $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ et $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calculer J^2 puis J^n pour $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

b) En déduire A^n pour $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Exercice 4 : Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$, démontrer que A est inversible et donner son inverse.

Exercice 5 : Soit $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1) Calculer B^2 et en déduire que B est inversible, donner sa matrice inversible.

Exercice 6 : $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Calculer A^2 puis $B = 4A - A^2$ et le produit AB.

2) En déduire que A est inversible et expliciter la matrice.

Exercice 7 : Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1) Vérifier qu'il existe deux réels a et b tels que $A^2 = aI_3 + bA$.

2) En déduire que la matrice A est inversible et donner son inverse.

Exercice 8 : $A = \begin{pmatrix} -8 & -5 & -5 \\ 0 & -3 & 5 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$

1) Calculer $A^2 + 6A - 16I_3$.

2) En déduire que A est inversible et expliciter A^{-1}.

Exercice 9 : Etant donné un réel a, on considère la matrice $M(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a & a^2 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) Quelle est la matrice $M(0)$?
2) Calculer $M(a+b)$ pour tous les réels a, b.
3) Calculer $M(a) \times M(b)$ pour tous les réels a, b. A quelle matrice est-ce égal ?
4) Le réel a étant donné, déterminer le réel b tel que $M(a) \times M(b) = I_3$.