

Programme de colles

du 16 au 20/3/2026

- Cette semaine : 1 question de cours dans la liste.
- Note aux colleurs : essayez de consacrer la majeure partie du temps aux probabilités, qui est un chapitre difficile pour les élèves : un ou deux calculs de limites par équivalents (ou autre technique) au début, pas plus.

1 [MATHS] COMPLÉMENTS SUR LES LIMITES



Ce chapitre vient compléter celui sur les limites de fonctions de début d'année. On privilégie les nouveautés : fonctions avec rupture d'expression en un point, utilisation de suite pour nier des limites, calculs de limites par équivalents etc.

! Attention

Les exercices « epsilonques » ne sont pas dans l'esprit du programme ; à garder plutôt pour la fin de la colle si le reste a été réussi.

- **Notion de limites.** Rappel sur : les définitions de la limite en un point du bord du domaine de définition, limite à droite et à gauche, opérations. Différents calculs de limites pour les fonctions définies par morceaux. Composition des limites. Caractérisation séquentielle, utilisation pour nier des limites. Croissances comparées.
- **Limites et inégalités.** Théorème d'encadrement, de majoration/minoration.
- **Équivalents.** Définition, propriétés et équivalents usuels (les mêmes que pour les suites).

2 [MATHS] ESPACES PROBABILISÉS



- En 1ère année : les univers sont finis, et les événements sont toutes les parties de l'univers.
- On peut néanmoins proposer des expériences d'univers non fini, du moment qu'aucune difficulté technique n'apparaît dans la résolution (séries, par exemple).

- **Introduction.** Probabilités ou Statistiques ?
- **Axiomatique des probabilités.** Notion d'univers, d'événements, événements élémentaires. Espace probabilisable, espace probabilisé : définition d'une probabilité, propriétés. Contexte d'équiprobabilité, probabilité uniforme. Probabilité associée à une famille finie de réels positifs de somme 1. Système complet et quasi-complet d'événements.
- **Conditionnement & Indépendance d'événements.** Probabilité conditionnelle. Indépendance de deux événements, puis d'un nombre quelconque. Propriétés de l'indépendance.
- **Formules probabilistes.** Pour traiter un « OU aléatoire » : probabilités totales (pour un système complet d'événements ou au pire un système quasi-complet d'événements). Pour traiter des intersections d'événements non-indépendants : probabilités composées. Pour retourner un conditionnement : formule de BAYES. **Pour commencer, les élèves peuvent bien sûr s'aider d'un arbre en cas de besoin. Il faut néanmoins que la rédaction s'appuie ensuite sur l'une de ces formules.**

QUESTIONS & EXEMPLES IMPORTANTS DE COURS

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Rappeler l'encadrement définissant $[x]$, le graphe de la partie entière, préciser la limite à droite et gauche en chaque entier.
2. Énoncer la caractérisation séquentielle de la limite. (Pour les élèves : attention aux quantificateurs!) Justifier que la fonction $f \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+^* & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sin\left(\frac{1}{x}\right) \end{array} \right.$ n'admet pas de limite en 0^+ .
3. Citer le théorème d'encadrement (version classique et version valeur absolue), puis montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x) \sin(x)}{e^x} = 0$.
4. Définir la notion de fonctions f, g équivalentes en un point x_0 . Rappeler et établir l'équivalent usuel portant sur arctan.
5. Soient A, B deux événements. Définir « A indépendant de B » ($A \perp\!\!\!\perp B$). Montrer que si $A \perp\!\!\!\perp A$, alors $\mathbb{P}(A) = 0$ ou 1.
6. Soient A, B deux événements. Définir « A indépendant de B » ($A \perp\!\!\!\perp B$), et « A, B incompatibles ». Préciser laquelle des deux hypothèses sert pour calculer $\mathbb{P}(A \cup B)$.

d'une part, et $\mathbb{P}(A \cap B)$ d'autre part. (*Conseil aux élèves : question de cours à méditer pendant plusieurs heures 😊*)

7. Définition d'un système complet d'évènements fini $(A_i)_{i=1}^n$, citer la formule des probabilités totales.
8. Citer la formule des probabilités composées. La prouver dans le cas $n = 3$. (*Note aux élèves et colleurs : on ne se préoccupe pas de l'hypothèse dans la démonstration, c'est-à-dire de la bonne définition des probabilités conditionnelles.*)
9. Citer la formule de BAYES, puis la démontrer.

À venir : continuité, dérivabilité.