Programme de colles
du 8 au 12/6/2026

- Cette semaine pour les oraux blancs : **1** question de cours en Maths prise dans la liste Agro-Véto ci-dessous :

Sauf les questions du chapitre de complément d'intégration c'est-à-dire la dernière de la partie Analyse ; vous noterez bien que toutes celles concernant les développements limités sont donc au programme.

1 [MATHS] APPLICATIONS LINÉAIRES

Attention

- Rappels : les notions de sommes (normale et directe) ne sont pas au programme de BCPST. De fait, les notions associées (projecteurs, symétries, *etc.*) ne le sont pas non plus.
- Les formules de changement de base ne sont pas au programme de 1ère année.
- L'équivalence entre injectivité et surjectivité lorsque les dimensions sont égales n'est pas marquée explicitement dans le programme ; les étudiants doivent donc le montrer à l'aide du théorème du rang au cas par cas.

- **Généralités.** Définition d'application linéaire, applications linéaires usuelles (homothéties notamment), opérations, propriétés. Puissances d'un endomorphisme et nilpotence, formule du binôme. Image et noyau, lien avec l'injectivité et la surjectivité. Famille génératrice de l'image à l'aide d'une famille génératrice de l'espace de départ. Isomorphisme, automorphisme, notation groupe linéaire. Cas de la dimension finie : nature d'une famille image, définir une application linéaire sur une base définit l'application partout, notion de rang (théorème du rang, lien entre les notions de rang...).
- **Représentation matricielle.** Définition, propriété du symbole « Mat » (linéarité, isomorphisme). Application linéaire canoniquement associé à une matrice, et réciproque. Noyau et image d'une matrice. Opérations : matrice d'une combinaison linéaire, d'une composée, d'un inverse.

Capacités attendues (dans ce chapitre et les autres en algèbre linéaire).

1. Connaitre les espaces vectoriels classiques, leur dimension et leur base canonique.
2. Savoir montrer que :
   - un ensemble est un (sous)-espace vectoriel.
   - une famille est libre/génératrice/une base.
   - une application est linaire
   - une application linéaire est injective/surjective/bijective
3. Savoir exploiter la représentation matricielle d'une famille pour montrer qu'elle est libre/génératrice/une base.
4. Savoir exploiter la représentation matricielle d'une application linéaire pour :
   - calculer l'image d'un vecteur par cette application,
   - montrer qu'elle est injective/surjective/bijective.

Capacités informatiques. L'Informatique sur ce chapitre portera notamment sur le TP qui suit :

Exemples de capacités Python : créer une matrice avec `numpy` (avec boucle ou sans), réaliser des opérations simples dessus, extraire des tranches de cette matrice (colonnes, lignes fixées), calculer les puissances éventuellement au moyen d'une boucle, algorithmes simples (recherche de la somme des coefficients, d'un max, min *etc.*).

2 [MATHS] VARIABLES ALÉATOIRES

- Quelques généralités sur les variables aléatoires réelles ont été développées en début de chapitre, mais les exercices resteront dans le cadre de variables aléatoires **finies**.
- Je n'ai **pas** traité cette année les inégalités de concentration (programme de 2A théoriquement).
- La variance de la loi uniforme n'est pas exigible (à rappeler ou faire démontrer dans un cas particulier si besoin).

- **Généralités.** Définition d'une variable aléatoire sur $(\Omega, \mathscr{P}(\Omega), \mathbb{P})$, cas particuliers (finies, discrètes et continues). Opérations sur les variables aléatoires. Loi (comme étant $I \subset \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{P}(X \in I)$) et fonction de répartition F_X, fonction d'anti-répartition $1 - F_X$. Propriétés analytiques et probabilistes de la fonction de répartition.
- **Variables aléatoires finies.** Système complet associé à une variable aléatoire finie. Reformulation de la notion de loi pour une variable aléatoire réelle finie : la donnée de $X(\Omega)$ et $\mathbb{P}(X = x)$ pour tout $x \in X(\Omega)$. La donnée de la loi est équivalente à la donnée de la fonction de répartition. Définition d'une variable aléatoire par sa loi, *i.e.* une suite positive de somme 1. Propriétés des variables aléatoires finies : opérations, allure de la fonction de répartition, reformulation de l'indépendance.
- **Moments d'une variables aléatoire finie.** Définition de l'espérance, variance, écart-type, moents. Propriétés de l'espérance : positivité, linéarité, croissance. Théorème du transfert et application. Propriétés de la variance. Centrée/réduite d'une variable aléatoire finie. Espérance d'un produit/variance d'une somme de variables aléatoires réelles discrètes indépendantes (formule admise pour l'espérance d'un produit).
- **Lois finies usuelles.** Uniforme discrète sur un ensemble fini (définition, propriétés et simulation), BERNOULLI / RADEMACHER (définition, propriétés et simulation), lien entre BERNOULLI et RADEMACHER, binomiale (définition, propriétés et simulation).

CAPACITÉS ATTENDUES (DANS CE CHAPITRE ET LES AUTRES EN PROBABILITÉS).

1. Calculer la probabilité d'un événement :
   - en reconnaissant une situation d'équiprobabilité,
   - contraire d'un événement,
   - réunion quelconque de 2 événements,
   - réunion disjointes d'événements,
   - intersection d'évènements indépendants,
   - intersection quelconque d'événements (formule des probabilités composées)
   - à l'aide de la formule des probabilités totales.
2. Donner la loi d'une variable aléatoire et éventuellement la représenter.
3. Donner la fonction de répartition d'une variable aléatoire et éventuellement la représenter.
4. Calculer l'espérance et la variance (formule de KÖNIG-HUYGENS) d'une variable aléatoire.
5. Appliquer le théorème de transfert.
6. Étudier l'indépendance de variables aléatoires et connaître leurs propriétés vis à vis de l'espérance et la variance.
7. Appliquer la formule des probabilités totales à partir du système complet d'évènements associé à une variable aléatoire.
8. Reconnaitre les lois de probabilités classique et connaitre leur espérance et leur variance.

CAPACITÉS INFORMATIQUES. L'Informatique sur ce chapitre portera notamment sur le TP qui suit :

Exemples de capacités Python : simuler des lois usuelles simples, approcher une espérance par simulation (même chose pour la variance), approcher des probabilités par simulation.

C'est terminé : merci à toutes les colleuses et colleurs pour votre participation.