

Programme de Colle - Semaine 5

1BCPST 2

16 Octobre 2023

Année 2023- 2024

Les ★ désignent les démonstrations de cours qui peuvent être demandées aux élèves.

Sommes

- Définition de la notation $\sum_{i=1}^n u_i = \sum_{1 \leq i \leq n} u_i$
- Formules classiques : $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{(2n+1)n(n+1)}{6}$ ★
et $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
- Linéarité de la somme, changement d'indice, sommes télescopiques.
- $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ ★
- Sommes doubles, notation $\sum_{1 \leq i, j \leq n} a_{i,j}$ ou $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$. Intervertir des sommes doubles.

Produit et coefficients binômiaux

- Définition de la notation $\prod_{i=1}^n u_i = \prod_{1 \leq i \leq n} u_i$ et propriétés.
- Définition de la factorielle $n!$ et de $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ si $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$ (0 sinon)
- Propriétés $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$ et $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$.
- Formule de Pascal : $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$ triangle de Pascal.
- Formule du binôme $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$ ★

Applications

- Image ou antécédents d'un nombre x par une application f . Image de f .
- Ensemble de départ, ensemble d'arrivée de f . Ensemble des antécédents.
- Définition de l'égalité de deux applications $f = g$ sur $E \iff \forall x \in E, f(x) = g(x)$.
- Si $F \subset E$, définition de la fonction indicatrice $\mathbb{1}_F$.
- Composée de deux applications $f \circ g$.
- Restriction, prolongement
- Application injective, surjective, bijective.
- Application réciproque f^{-1} , méthode pour la calculer. $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.

Informatique

- Boucles for, while
- Calculer les termes d'une suite récurrente d'ordre 1 et 2.

Le meme de la semaine :



$$\sqrt{x_1 + x_2}$$



$$\left(\sum_{i=1}^2 x_i \right)^{\frac{1}{2}}$$