

Programme de Colle - Semaine 13

1BCPST 2

8 Janvier 2023

Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées.

Equations différentielles

- Définition des equations différentielles linéaires d'ordre 1 : $y' + a(t)y = b(t)$ définies sur un intervalle I .
- Problème de Cauchy, Théorème de Cauchy-Lipschitz
- Equation homogène : $y'(t) + a(t)y(t) = 0$ (H)
- Les solutions de (H) sont de la forme $y_H(t) = \lambda e^{-A(t)}$ où A est une primitive de a ★
- Solutions générales : $y(t) = y_P(t) + y_H(t)$.
- Méthode de variation de la constante pour trouver y_P ★.
- y_P est évident pour les equations à coeff constants.
- Equation linéaire d'ordre 2 à coeff constants : $ay'' + by' + cy = d(t)$
- Solutions de l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$
- Solutions particulières : cas où d est constant, sinon on donne une indication sur la forme de $y_p(t)$ à rechercher
- Autres techniques pour les équations différentielles différentielles :
 - Séparation des variables
 - Changement de fonction proposé dans l'énoncé $y(x) \leftrightarrow z(x)$
 - Equations linéaires d'ordre supérieur à coeff constant (Hors programme)
 - Systèmes d'équations différentielles (cf TD)
 - Equation différentielles avec dérivées partielles

Dénombrement

- Notion de cardinal pour un ensemble fini.
- $E = \{e_1, \dots, e_n\}$ où (e_1, \dots, e_n) est une famille d'éléments deux à deux distincts.
- Cardinal et ensemble complémentaire, cardinal et inclusion.
- $\text{Card}A \cup B = \text{Card}A + \text{Card}B - \text{Card}A \cap B$ ★
- Cardinal d'une union de plus de deux ensembles (crible de Poincaré)
- Ensembles deux à deux disjoints.
- Si (A_1, \dots, A_n) sont deux à deux disjoints alors : $\text{Card}\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{Card}(A_i)$ ★
- $\text{Card}(E \times F) = \text{Card}(E)\text{Card}(F)$, $\text{Card}(E^p) = \text{Card}(E)^p$
- Si $f : E \rightarrow F$ est injective alors $\text{Card}(E) \geq \text{Card}(F)$
- Si $f : E \rightarrow F$ est surjective alors $\text{Card}(E) \leq \text{Card}(F)$
- Si $f : E \rightarrow F$ est bijective alors $\text{Card}(E) = \text{Card}(F)$

- $\text{Card}(\mathcal{F}(E, F)) = \text{Card}(F)^{\text{Card}(E)}$
- $\text{Card}(\mathcal{P}(E)) = 2^{\text{Card}(E)}$

Informatique

- Recherche de zéro de fonction : méthode par dichotomie
- Recherche de zéro de fonction : méthode de Newton. (On donnera aux élèves la relation : $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$. On pourra aussi leur proposer dans un exercice de prouver cette relation.)

Le meme de la semaine :

