

TD - ENTRAÎNEMENT

1BCPST 2

Feuille d'exercice

Année 2023- 2024

Les indications de temps sont là pour vous donner l'indication que si cela vous prend plus de temps, alors il faut continuer à s'entraîner jusqu'à que vous passiez en dessous du temps indiqué.

Chronométrez-vous. Par exemple sur l'exercice 1 vous devez savoir faire la 1) sans erreur en moins de trente secondes. Top Chrono!

Regardez la correction. Voyez si vous avez utilisé la méthode la plus efficace ou non pour faire le calcul. Si non, alors essayez d'être plus efficaces la prochaine fois.

TOUT EST A FAIRE SANS CALCULATRICE!!

Exercice 1 : (30 secondes) Simplifier au maximum ces fractions :

- 1) $\frac{1}{30} - \frac{1}{45}$
- 2) $5 \cdot \frac{8}{40} - \frac{4}{13}$
- 3) $\frac{5}{24} + \frac{5}{12}$
- 4) $\frac{32}{192}$
- 5) $\frac{3\pi}{10} - \frac{15\pi}{6}$
- 6) $\frac{135}{90} - 2$
- 7) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 - \frac{1}{3}$
- 8) $\frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$
- 9) $\frac{390}{325}$
- 10) $\frac{57}{4} + \frac{25}{6}$
- 11) $\frac{8}{3} \times \left(\frac{2}{13} - 5\right)$
- 12) $\frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}$
- 13) $\frac{\frac{9}{14}}{\frac{78}{21}}$
- 14) $\frac{15}{77} - \frac{8}{33}$
- 15) $\frac{15^2 - 25^2}{80^2}$
- 16) $\frac{38}{72} + \frac{14}{49}$
- 17) $\frac{1}{25} - \frac{1}{16} + \frac{1}{20}$
- 18) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}}{4}$
- 19) $\frac{1}{5 - \frac{1}{3}} + \frac{1}{6 - \frac{1}{6}}$
- 20) $\frac{\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{3} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{2}}{10}$

Exercice 2 : (30 secondes) Puissances : simplifier ces expression au maximum :

- 1) $\frac{2^7 - 2^5}{2^{10}}$
- 2) $\frac{4^9}{2^{15}}$
- 3) $\frac{6^4 - 15^4}{3^6}$
- 4) $\frac{(2^2)^{-2}}{(2^{-2})^2}$
- 5) $3^{-5} \times (3^6 + 3^7 - 3^5)$
- 6) $\frac{27^{-4}}{3^{-13}}$
- 7) $7^{101} + (-7)^{101} + 2^{102} - (-2)^{102}$
- 8) $\frac{1}{128} - \frac{1}{512}$
- 9) $\sqrt[3]{\left(\frac{5}{2}\right)^3 - \left(\frac{7}{2}\right)^2}$
- 10) $\frac{\sqrt{24}}{2\sqrt{2}}$
- 11) $\sqrt{\frac{4^2 - 5^2}{8^2 - 10^2}}$
- 12) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$
- 13) $\frac{\sqrt{1 + \sqrt{2}}}{\sqrt{1 - \sqrt{2}}}$
- 14) $\sqrt[5]{\frac{-5^5 - 32}{15^5 + 6^5}}$
- 15) $\frac{11^4 + (-11)^5}{110^3}$
- 16) $\sqrt[5]{\sqrt{4^{15}}}$
- 17) $\frac{-6^{-4} + 6^{-3}}{6^{-2} - (-6)^{-3}}$

Exercice 3 : (30 secondes) Exprimer ces nombres sous la forme de combinaisons simples de $\ln p$ avec p des un nombres premiers (2,3,5, etc..) :

- 1) $\ln 6 - \ln 2$
- 2) $\ln \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 3) $\ln 36 - \ln 2 - \ln 3$
- 4) $\ln \sqrt{18} - \ln \sqrt{2}$
- 5) $\ln(3e) + \ln \frac{e}{3}$
- 6) $\ln \frac{1}{42} + \ln 48$
- 7) $\ln 2^{50} - \ln 6^{100} + \ln 3^{100}$
- 8) $\ln \frac{1}{27^9} - \ln \frac{1}{9^8}$
- 9) $\ln \sqrt[3]{10} + \ln \frac{\sqrt{5}}{2}$
- 10) $\ln 8000$

Exercice 4 : (30 secondes) Prouver ces égalités :

- 1) $\frac{1 - x^2}{1 + x} + 1 = -x$
- 2) $\frac{1 - x^5}{1 - y^5} = \frac{x^5 - 1}{y^5 - 1}$
- 3) $\frac{x^2 + 2x + 3}{x + 3} = x + 2$
- 4) $\frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x}{1 + e^x}$
- 5) $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}} = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$
- 6) $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}} = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

Exercice 5 : (30 secondes) Factoriser et simplifier au maximum ces expressions :

- 1) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2}$
- 2) $\frac{1}{x^2 - 4x - 5} + \frac{1}{x^2 - 5x}$
- 3) $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

Exercice 6 : (30 secondes) Dérivées : calculer les dérivées de ces fonctions. Mettre le résultat sous la forme la plus factorisée possible.

1) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 2) $f(x) = xe^{1+x^2}$ 3) $f(x) = x \cos^2 x + \sin^2 x$ 4) $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

5) $f(x) = \cos^3 x \cos(3x)$ 6) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$ 7) $f(x) = \sqrt[3]{(x^2+1)^4}$

[En construction] A. Plouviez