

Programme de Colle - Semaine 20

1BCPST 2

11 Mars 2024

Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées.

Polynomes

- α est racine d'ordre ℓ définition : $P(\alpha) = P'(\alpha) = \dots = P^{(\ell-1)}(\alpha) = 0$.
- α est racine d'ordre ℓ si et seulement si $P = (X - \alpha)^\ell Q$. Multiplicité des racines ★
- Polynômes scindés
- Théorème de d'Alembert-Gauss et factorisation optimale dans $\mathbb{R}[X]$ (hors programme)
- Polynômes de Lagrange vus en TD.

Suites réelles

- Définition de la limite d'une suite : convergence, divergence vers $\pm\infty$.
- Une suite converge si et seulement si toutes ses suites extraites convergent
- Toute suite convergente est bornée. Toute suite divergente vers $+\infty$ est majorée.
- Si $(u_n)_n$ converge vers $\ell \neq 0$ alors elle a le même signe que ℓ à partir d'un certain rang.
- Opérations sur les limites (somme, produit, inverse)
- Si $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \ell$ et $v_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \ell'$ alors $u_n v_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \ell \ell'$ ★
- Théorème de passage à la limite dans une inégalité, théorèmes d'encadrements.
- Théorème de la limite monotone : si $(u_n)_n$ est croissante, alors si elle est majorée elle converge ★, sinon elle diverge vers $+\infty$.
- Valeur d'adhérence : $\beta = \sup(E)$ si et seulement si β est un majorant et il existe une suite $(u_n)_n$ d'éléments de E qui converge vers β
- Suites adjacentes.
- Savoir étudier la convergence des suites récurrentes de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ selon $u_0 \in \mathbb{R}$.
- Croissances comparées : si $a > 1, \alpha > 0$ alors $\frac{a^n}{n^\alpha} \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} +\infty, \frac{(n!)^\alpha}{a^n} \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} +\infty$ et enfin $\frac{n^n}{n!} \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} +\infty$.
- Domination, négligeabilité. Définitions et propriétés.
- Equivalents. Compatibilité avec produit, puissance, inverse.
- Equivalent d'une somme en utilisant la négligeabilité.
- Utilisation des equivalents pour calculer une limite.

Informatique

- Matrices : listes de listes et boucles imbriquées.

Programme du DS (9 Mars)

Durée : 2 heures

Partie Maths :

- Chapitre 11 : Matrices
- Chapitre 12 : Géométrie
- Chapitre 13 : Polynômes
- Chapitre 14 : Suites réelles, Partie I (questions de cours)

Partie Info :

- TP8 : Statistiques
- TP9 : Récursivité

meme de la semaine :

