

Programme de Colle - Semaine 21

1BCPST 2

18 Mars 2024

Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées.

Suites réelles

- Théorème de passage à la limite dans une inégalité, théorèmes d'encadrements.
- Théorème de la limite monotone : si $(u_n)_n$ est croissante, alors si elle est majorée elle converge ★, sinon elle diverge vers $+\infty$.
- Valeur d'adhérence : $\beta = \sup(E)$ si et seulement si β est un majorant et il existe une suite $(u_n)_n$ d'éléments de E qui converge vers β
- Suites adjacentes.
- Savoir étudier la convergence des suites récurrentes de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ selon $u_0 \in \mathbb{R}$.
- Croissances comparées : si $a > 1, \alpha > 0$ alors $\frac{a^n}{n^\alpha} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$, $\frac{(n!)^\alpha}{a^n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$ et enfin $\frac{n^n}{n!} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$.
- Domination, négligeabilité. Définitions et propriétés.
- Equivalents. Compatibilité avec produit, puissance, inverse.
- Equivalent d'une somme en utilisant la négligeabilité.
- Utilisation des equivalents pour calculer une limite.

Fonctions usuelles

- Définition de la limite d'une fonction en $a \in \mathbb{R}$ ou en $\pm\infty$: convergence, divergence vers $\pm\infty$.
- Définition de la limite à droite et à gauche.
- Caractérisation séquentielle de la limite, pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$:
 $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell \iff (\forall (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in I^{\mathbb{N}}, x_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} a \implies f(x_n) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell)$ ★.
- Opérations sur les limites (somme, produit, inverse, composée)
- Théorèmes d'encadrement, de passage à la limite, de limite monotone pour les fonctions.
- Croissances comparées : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ ★
et toutes les variations possibles avec ln, avec des puissances de x etc... .
- Négligeabilité, domination, équivalents.

Informatique

- Matrices : listes de listes et boucles imbriquées.

meme de la semaine :

Squeeze Theorem

