

Programme de Colle - Semaine 22

1BCPST 2

25 Mars 2024

Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées.

Limites

Limites de fonctions et continuité

- Définition de la limite d'une fonction en $a \in \mathbb{R}$ ou en $\pm\infty$: convergence, divergence vers $\pm\infty$.
- Définition de la limite à droite et à gauche.
- Caractérisation séquentielle de la limite, pour $f : I \rightarrow \mathbb{R}$:
 $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell \iff (\forall (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in I^{\mathbb{N}}, x_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} a \implies f(x_n) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell)$ ★.
- Opérations sur les limites (somme, produit, inverse, composée)
- Théorèmes d'encadrement, de passage à la limite, de limite monotone pour les fonctions.
- Croissances comparées : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ ★
et toutes les variations possibles avec $\ln$, avec des puissances de x etc... .
- Négligeabilité, domination, équivalents.
- Cas de compatibilité des équivalents avec $\ln$.

Continuité

- Continuité en un point, continuité à gauche, continuité à droite.
- Prolongement par continuité d'une fonction en un point.
- Continuité sur un ensemble. Opérations sur les fonctions continues
- Continuité des fonctions usuelles
- Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes
- Théorème des valeurs intermédiaires
- L'image par une fonction continue d'un intervalle est un intervalle ★
- Théorème de la bijection continue

Informatique

- Les images ont été vues avec le module PIL, mais ce sujet n'est pas très adapté pour les colles

Programme du DS (30 Mars)

Durée : 3 heures

Partie Maths :

- Chapitre 14 : Suites réelles
- Chapitre 15 : Limites de fonctions et fonctions continues.
- Chapitre 16 : Dérivées , partie I-1) (Pour les questions de cours)

Conseil : revoir aussi les chapitres 4 et 5 du début d'année.

Partie Info :

- TP10 : Matrices
- TP11 : Images

meme de la semaine :

Pessimist



$\lim_{x \rightarrow 1/2^-} x$

Optimist



$\lim_{x \rightarrow 1/2^+} x$