Programme de Colle - Semaine 26

1BCPST 2 20 mai 2024 Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées.

Espaces vectoriels $\mathbb{K}^n$

On a $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, les espaces vectoriels plus généraux sont hors programme.

Sous espaces vectoriels et Familles de vecteurs

- Régles de calculs sur les espaces vectoriels $\mathbb{K}^n$
- Définition des combinaisons linéaires
- Définition des sous-espaces vectoriels (sev) de $\mathbb{K}^n$.
- Intersection de sev.
- Sous espaces vectoriel engendré par $(x_1, \ldots, x_p)$. notation $\mathrm{Vect}(x_1, \ldots, x_p)$
- $\mathrm{Vect}(x_1, \ldots, x_p)$ est le plus petit sev qui contient les vecteurs $x_1, \ldots, x_p$
- Familles de vecteurs, famille libre, génératrice
- Base d'un espace vectoriel, base canonique de $\mathbb{K}^n$.
- B est une base de E si et seulement si chaque vecteur de E admet une unique décomposition dans cette base (★ ★ sens direct et sens indirect).
- Lien avec les matrices : matrice d'une famille de vecteurs dans la base B : $\mathrm{Mat}_B(x_1, \ldots, x_p)$.
- Matrice de passage d'une base à une autre : $\mathrm{Mat}_B(B')$
- Formule du changement de base : si $x \in E$, alors $\mathrm{Mat}_{B'}(x) = \mathrm{Mat}_{B'}(B)\mathrm{Mat}_B(x)$ ★.
- $\mathrm{Mat}_B(B')$ est inversible d'inverse $\mathrm{Mat}_{B'}(B)$.

Dimension

- Si E est un sev de $\mathbb{K}^n$ différent de $\{0\}$ alors il existe une base de E.
- Toutes les bases de E ont le même nombre de vecteurs.
- Toute famille libre de E a moins de $\dim E$ vecteurs. Si elle a exactement $\dim E$ vecteurs c'est une base, sinon on peut la compléter en une base de E.
- Toute famille génératrice de E a plus que $\dim E$ vecteurs. Si elle a exactement $\dim E$ vecteurs c'est une base, sinon on peut en extraire en une base de E.
- Rang d'une famille de vecteur noté $\mathrm{rg}(x_1, \ldots, x_p) = \mathrm{rg}\mathrm{Mat}_B(x_1, \ldots x_p)$
- $\dim \mathrm{Vect}(x_1, \ldots, x_p) = \mathrm{rg}(x_1, \ldots, x_p)$.
- $(x_1, \ldots, x_p)$ est libre si et seulement si $\mathrm{rg}(x_1, \ldots, x_p) = p$.

Informatique

- Objets mutables et non mutables
- Tris de liste : par insertion, par sélection, par comptage...

Le meme de la semaine, réalisé par mes soins :-)