

Programme de Colle - Semaine 29

1BCPST 2

10 Juin 2024

Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées. Les DLs mentionnés ne sont pas à savoir prouver mais à savoir énoncer.

Variables aléatoires sur un univers fini

On pourra continuer à interroger sur les variable aléatoires, notamment :

Lois usuelles

- Loi Certaine : $X = a$, $\mathbb{E}(a) = a$ et $\mathbb{V}(a) = 0$
- Loi Uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$: $X \hookrightarrow \mathcal{U}(n)$, $\mathbb{E}(X) = \frac{n+1}{2}$ et $\mathbb{V}(X) = \frac{n^2-1}{12}$ ★
- Loi uniforme sur $\llbracket a, b \rrbracket$, espérance variance.
- Loi de Bernoulli : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$, $\mathbb{E}(X) = p$ et $\mathbb{V}(X) = p(1-p)$.
- Loi Binômiale : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$, $\mathbb{E}(X) = np$ et $\mathbb{V}(X) = np(1-p)$.
- La loi d'une somme de n variables de Bernoulli est $\mathcal{B}(n, p)$.

Intégrales, le retour

On pourra poser aux élèves des rappels sur les intégrales, mais aussi des exercices plus théoriques et surtout des sommes de Riemann.

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue ou prolongeable par continuité. Lien avec la notion d'aire
- Définition de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux
- Relation de Chasles (Admis)
- Valeur moyenne d'une fonction sur $[a, b]$, inégalité de la moyenne (Admis)
- Positivité de l'intégrale, égalité de la moyenne
- Sommes de Riemann pour les fonctions continues
- Linéarité, croissance de l'intégrale
- Si f est continue sur $[a, b]$ à valeur dans \mathbb{R}_+ alors $f = 0 \iff \int_a^b f = 0$
- Inégalité triangulaire $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$ ★
- Théorème fontamental de l'Analyse :
Si f est C^0 sur l'intervalle I alors $x \mapsto \int_a^x f$ est C^1 sur I de dérivée f ★
- $x \mapsto \int_a^x f$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a .
- Si F est une primitive de f sur $[a, b]$ alors $\int_a^b f = F(b) - F(a)$
- Théorème d'intégration par parties.
- Théorème de changement de variable.

Développements limités

- Définition du DL de f en 0 à l'ordre n : $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$.
- Unicité des coefficients a_0, \dots, a_n .
- Lien entre DL et équivalents en 0
- Formule de Taylor-Young pour une fonction f de classe C^n .
- DL usuels : \exp , \sin , \cos , $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$. ★
(Le DL de \arctan est hors programme).

Informatique

- Les dictionnaires

Deux memes cette semaine :

En référence à Noah :

**When you integrate by parts but
the resulting integral has to
also be done by parts**



En référence à Joumana :

