

Programme de Colle - Semaine 30

1BCPST 2

17 Juin 2024

Année 2023- 2024

En terme de questions de cours, on pourra proposer aux étudiants une preuve ★ parmi celles proposées. Les DLs mentionnés ne sont pas à savoir prouver mais à savoir énoncer.

Développements limités

- Définition du DL de f en 0 à l'ordre n : $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$.
- Unicité des coefficients a_0, \dots, a_n .
- Lien entre DL et équivalents en 0
- Formule de Taylor-Young pour une fonction f de classe C^n .
- DL usuels : \exp , \sin , \cos , $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$. ★
(Le DL de arctan est hors programme).
- Sommes, produits, compositions de DL
- Généralisation : DL à l'ordre n en $x_0 \in \mathbb{R}$
 $f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + \dots + a_n(x - x_0)^n + o_{x \rightarrow x_0}((x - x_0)^n)$.
- Formule de Taylor Young adaptée en x_0 .
- Application des DLs : Calculs de limites et d'équivalents.
- Application des DLs : position de f par rapport à sa tangente, points d'inflexions.

Applications linéaires

- Définition des applications linéaires. Ensemble $\mathcal{L}(E, F)$
- $f \in \mathcal{L}(E, F) \implies f(0) = 0$
- f est linéaire ssi $\forall x, y \in E, \forall \lambda \in \mathbb{K}, f(x + \lambda y) = f(x) + \lambda f(y)$.
- endomorphismes, isomorphismes, automorphismes
- $f, g \in \mathcal{L}(E, F)$ et $\lambda \in \mathbb{K} \implies f + \lambda g \in \mathcal{L}(E, F)$ ★
- $f \in \mathcal{L}(F, G)$ et $g \in \mathcal{L}(E, F) \implies f \circ g \in \mathcal{L}(E, G)$ ★
- Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ est un isomorphisme, alors $f^{-1} \in \mathcal{L}(F, E)$ ★

Les noyaux et images des applications linéaires seront vus lundi (TD mardi et mercredi), n'hésitez pas à proposer des exercices simples aux élèves sur ces sujets.

Informatique

- Module random et algorithmes utilisant l'aléatoire en Python.

Le dernier Meme de la semaine :'(



Number.



Scalar.