

Questions de cours

1. Démontrer par contraposition que $\forall p \in \mathbb{N}, p^2 \text{ pair} \implies p \text{ pair}$.
2. Démontrer par l'absurde que $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel en admettant la question de cours précédente.
3. Énoncer la distributivité du *et* sur le *ou*, la distributivité du *ou* sur le *et*, la propriété de négation d'un *et*, la propriété de négation d'un *ou* (prop 1.6). Démontrer l'une de ces propriétés par table de vérité.
4. Énoncer la distributivité de \cap par rapport à \cup , la distributivité de \cup par rapport à \cap , la propriété du complémentaire d'une intersection, la propriété du complémentaire d'une union (prop. 2.5 et 2.8). Démontrer l'une de ces propriétés en admettant la question de cours précédente.

Règles de succession des questions de cours d'une semaine à la suivante :

- Les questions 3 et 4 disparaissent.
- Les questions 1 et 2 deviennent les questions 3 et 4 et sont remplacées par deux nouvelles questions portant les numéros 1 et 2.

Tous les élèves de la classe auront donc les questions de cours 1 et 2 de ce présent programme, soit la semaine du 18/9 soit la semaine du 25/09.

Programme

- Vocabulaire de la logique et des ensembles
 - Aucun exercice ne peut porter exclusivement sur cette partie.**
 - Assertions ou propositions, propriétés ou prédicats.
 - Connecteurs logiques *et*, *ou*, *non* (*négation*). Propriétés de ces connecteurs, notamment les lois de De Morgan et les distributivités.
 - Implication et équivalence. Réciproque et contraposée d'une implication. Principe de contraposition : une implication équivaut à sa contraposée.
 - Définition d'un ensemble par compréhension : $A = \{x \in E, \mathcal{P}(x)\}$ où E est un ensemble et \mathcal{P} une propriété.
 - Quantificateurs universel (\forall) et existentiel (\exists). Négation d'une assertion quantifiée.
 - Types de démonstrations : par implication (modus ponens), par équivalence, par l'absurde, par récurrence (simple, double, forte).
 - Inclusion. Méthodes pour démontrer l'égalité de deux ensembles : par double inclusion ou par équivalence.
 - Intersection, réunion, complémentaire, propriétés de ces opérations, notamment les lois de De Morgan et les distributivités.
 - Couples, n -liste (ou n -uplet) et produit cartésien de deux ensembles.
- Démonstration par récurrence simple, d'ordre 2 et forte
 - Partie principale du programme de cette semaine.**
- Utilisation de l'ordre et de l'égalité en analyse
 - Cette partie ne sera éventuellement évaluée qu'après un exercice sur la récurrence.**
 - Établir une inégalité à l'aide des règles de calcul (somme, produit et composition par une fonction strictement monotone).
 - Établir une inégalité par une étude de fonction.