

### Questions de cours

1. On considère le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = ax^2 + bx + c$  avec  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$  et  $a \neq 0$ . Donner sans démonstration le signe de  $P(x)$  en fonction de  $x$  et les solutions de l'équation  $P(x) = 0$  en discutant sur le discriminant (prop 4.2).
2. Le colleur choisira l'une des trois questions suivantes :
  - (a) Énoncer les cinq règles de calcul sur les inégalités (prop 3.2).
  - (b) Énoncer les trois équivalences provenant de la stricte monotonie d'une (choisie par le colleur) des fonctions usuelles ( $\exp$ ,  $\ln$ ,  $x \mapsto x^n$  ou  $\sqrt{x}$  ou  $\frac{1}{x}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ , avec  $n \in \mathbb{N}$ ) sur un intervalle à préciser (prop 3.1).
  - (c) Donner sans justification une assertion équivalente à  $\sqrt{a} = b$  ne faisant pas intervenir le symbole  $\sqrt{\quad}$ .
3. Démontrer par contraposition que  $\forall p \in \mathbb{N}$ ,  $p^2$  pair  $\implies p$  pair.
4. Démontrer par l'absurde que  $\sqrt{2}$  n'est pas rationnel en admettant la question de cours précédente.

### Règles de succession des questions de cours d'une semaine à la suivante :

- Les questions 3 et 4 disparaissent.
- Les questions 1 et 2 deviennent les questions 3 et 4 et sont remplacées par deux nouvelles questions portant les numéros 1 et 2.

### Programme

- Vocabulaire de la logique et des ensembles : voir programme précédent  
**Aucun exercice ne peut porter exclusivement sur cette partie.**
- Démonstration par récurrence simple, d'ordre 2 et forte
- Les nombres réels
  - Établir une inégalité à l'aide des règles de calcul (somme, produit et composition par une fonction strictement monotone).
  - Établir une inégalité par une étude de fonction.
  - Règles de calcul avec les puissances.
  - Factorisation, développement, identités remarquables.
  - Propriétés de l'exponentielle et du logarithme.
  - Résolution d'équations et d'inéquations (en particulier celles du second degré).  
Ensemble de définition d'une équation et d'une inéquation.  
Méthode "algébrique" (règles de calcul) et méthode "analytique" (étude de fonction).
- Étude de fonctions sans les limites et sans justification de la dérivabilité
  - Détermination de l'ensemble de définition.
  - Calcul de  $f'(x)$ .
  - Tableau de variation.
  - représentation graphique.
  - Le cas échéant, détermination du signe de  $f(x)$  et des solutions de l'équation  $f(x) = 0$  à partir du tableau de variation.