Questions de cours

1. Traiter l'une des questions suivantes (au choix du colleur) :
   (a) Calculer $S = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$ en utilisant un télescopage.
   (b) Effectuer le changement d'indice $k = j+3$ dans la somme $\displaystyle\sum_{k=3}^{15} 4^{-k}$.
2. Écrire les formules suivantes :
   (a) formule du binôme de Newton
   (b) somme géométrique
   (c) somme des entiers de 1 à n.
   (d) somme des carrés d'entiers de 1 à n.
3. Énoncer les formules du pion, de Pascal et de symétrie. Démontrer la formule du pion.
4. Écrire une fonction python de paramètre n qui renvoie $n!$.

Programme

- Python
  — Affectation de variable
  — Instruction répétitive (boucle for ou while), commande break
  — fonction python, commande return

- Fonctions : programme de la semaine dernière

- Coefficients binomiaux (sans lien avec le dénombrement)
  — Factorielles et définition de $\binom{n}{p}$ pour $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{Z}$
  — Formules de Pascal, de symétrie et du pion. Triangle de Pascal
  — Calcul d'un coefficient binomial par la formule du pion itérée

- Symboles $\sum$ et $\prod$
  — Linéarité de $\sum$ et multiplicativité de $\prod$. Le compteur est muet (on peut le remplacer par une autre lettre et il n'apparait pas lorsqu'on calcule la somme).
  — Décrochage, raccrochage, scission $\sum_{k=p}^{q} a_k = \sum_{k=p}^{r} a_k + \sum_{k=r+1}^{q} a_k$.
  — Changement d'indice. On fera attention aux nouvelles bornes.
  — Sommes, produits télescopiques. Exemple donné : $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.
  — Connaitre et savoir utiliser les formules de $\sum_{k=p}^{q} x^k$, $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=1}^{n} k^3$.
  — Formule du binôme de Newton et valeur de $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$.
  — Sommes doubles. Permutation des compteurs dans une somme double (on commencera toujours par vérifier qu'un calcul direct n'est pas possible).
  — Sommes de coefficients binomiaux en lien avec la formule du binôme, la formule de Pascal, la formule du pion.