Questions de cours

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = 2\cos x + \sin^2 x$. Montrer que f est paire et périodique. Étudier les variations de f sur $[0, \pi]$ et expliquer (sans le faire) comment on peut tracer la courbe de f sur $\mathbb{R}$.
2. Décrire la méthode permettant de résoudre une équation du type :
   $a\cos x + b\sin x = c$.
3. (a) Dire à quoi sont équivalentes les égalités suivantes : $\cos x = \cos\alpha$, $\sin x = \sin\alpha$ et $\tan x = \tan\alpha$.
   Donner une simplification de ces équivalences dans les cas particuliers suivants : $\cos x = 0$, $\cos x = 1$, $\cos x = -1$, $\sin x = 0$, $\tan x = 0$, $\sin x = 1$ et $\sin x = -1$.
   (b) Donner les valeurs des fonctions cosinus, sinus et tangente aux points : 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$. Le colleur pourra demander les valeurs de ces trois fonctions en d'autres points obtenus à partir des précédents par les transformations $x \mapsto -x$, $x \mapsto \pi - x$ ou une composition de ces transformations.
4. (a) Énoncer les formules suivantes : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos^2 x + \sin^2 x$, $\cos(-x)$, $\sin(-x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi - x)$.
   (b) Énoncer et démontrer les formules de duplication de sin et cos.

Programme

- Python
  — Calcul de somme et de produit avec une boucle *for*
  — Calcul du premier rang (ou seuil) où une propriété est vérifiée avec une boucle *while*
  — Calculs simultanés d'une somme et d'un seuil avec une boucle *while*

- Symboles $\sum$ et $\prod$: tout le chapitre

- Trigonométrie sans les nombres complexes
  — Définition, périodicité des fonctions cosinus, sinus et tangente.
  — Valeurs particulières de sin, cos, tan (tableau ou cercle trigonométrique).
  — Formules issues des symétries des fonctions sin et cos (parité, imparité, angle complémentaire $(\frac{\pi}{2} - \theta)$, angle supplémentaire$(\pi - \theta)$).
  — $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, formules $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, formules de duplication ($\cos(2x)$ et $\sin(2x)$ en fonction de $\cos x$ et/ou $\sin x$).
  — Les nombres $\arcsin(s)$, $\arccos(c)$ et $\arctan(t)$ sont définis comme solutions des équations $\sin x = s$, $\cos x = c$ et $\tan x = t$ dans les intervalles $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $[0, \pi]$, $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Aucune propriété de ces trois fonctions n'est à connaitre pour l'instant (la fonction arctan sera étudiée ultérieurement).
  — Équations trigonométriques du type : $\cos x = c$, $\sin x = c$, $\tan x = c$ ou s'y ramenant par un changement d'inconnue.
  — Équations du type $a\cos x + b\sin x = c$.
  — Linéarisation de $\sin(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$, $\cos(a)\cos(b)$ par application des formules $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$. Pas de linéarisations plus compliquées pour l'instant
  — Étude de fonctions périodiques