

### Questions de cours

$$1. f : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ n \mapsto 2n \end{cases}, g : \begin{cases} \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \\ n \mapsto \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \frac{n+1}{2} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases} \end{cases}, \varphi : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sin x \end{cases} \text{ et} \\ \psi : \begin{cases} [0, \pi] \rightarrow [-1, 1] \\ x \mapsto \cos x \end{cases}$$

Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité de ces quatre applications.

2. (a) Définir l'application réciproque d'une bijection  $f : E \rightarrow F$ .
- (b) Énoncer sans démonstration les propriétés de la réciproque d'une bijection (prop 2.8).
- (c) Expliquer comment on déduit la courbe de  $f^{-1}$  à partir de celle de  $f$  dans un repère orthonormé puis appliquer cette méthode pour tracer les courbes de  $\exp$  et  $\ln$ .
3. Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = 2 \cos x + \sin^2 x$ . Montrer que  $f$  est paire et périodique. Étudier les variations de  $f$  sur  $[0, \pi]$  et expliquer (sans le faire) comment on peut tracer la courbe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
4. Décrire la méthode permettant de résoudre une équation du type :  
 $a \cos x + b \sin x = c$ .

### Programme

- Python
  - Calcul de somme et de produit avec une boucle *for*
  - Calcul du premier rang (ou seuil) où une propriété est vérifiée avec une boucle *while*
  - Calculs simultanés d'une somme et d'un seuil avec une boucle *while*
  - Représentation graphique
- Trigonométrie sans les nombres complexes : programme semaine dernière
- Vocabulaire des applications
  - Application  $f$  de  $E$  dans  $F$ , image d'un élément de  $E$  par  $f$ , antécédent d'un élément de  $F$  par  $f$ .
  - Image directe d'une partie de l'ensemble de départ par une application. Détermination graphique ou avec un tableau de variation d'une image directe par une application  $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
  - Composition de deux applications.
  - Injections, surjections, bijections. Composées de telles applications.
  - Réciproque d'une bijection. Applications identités. Propriétés de la réciproque notamment la réciproque de la composée de deux bijections.
  - Soit  $f$  une application définie sur une partie de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans une partie de  $\mathbb{R}$ . Dans un repère orthonormé, les courbes de  $f$  et de  $f^{-1}$  sont symétriques par rapport à la première bissectrice (droite d'équ.  $y = x$ ).
  - Expression de  $f^{-1}(y)$  par résolution explicite de l'équation  $f(x) = y$ .
  - Une fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  dans  $f(I)$  qui est un intervalle dont les bornes sont les images par  $f$  des bornes de  $I$  ou bien les limites de  $f$  aux bornes de  $I$ .