Questions de cours

1. (a) Donner une factorisation du polynôme ax^2+bx+c en produit de fonctions affines lorsque a, b, c sont des nombres réels (prop. 1.6).
   (b) Définir la conjugaison complexe et énoncer ses propriété (prop. 1.4). Donner une interprétation géométrique des nombres $\overline{z}, -z, -\overline{z}$.
2. (a) Rappeler les identités remarquables, la formule du binôme de Newton et la formule d'une somme géométrique pour les nombres complexes (prop. 1.5).
   (b) Définir le module d'un nombre complexe et énoncer ses propriétés (prop. 2.2). Interpréter géométriquement le module de z.
3. $f : \left|\begin{array}{l} \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} \\ n \longmapsto 2n \end{array}\right.$, $g : \left|\begin{array}{l} \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \\ n \longmapsto \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \frac{n+1}{2} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases} \end{array}\right.$, $\varphi : \left|\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sin x \end{array}\right.$ et $\psi : \left|\begin{array}{l} [0,\pi] \to [-1,1] \\ x \longmapsto \cos x \end{array}\right.$

   Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité de ces quatre applications.
4. (a) Définir l'application réciproque d'une bijection $f : E \to F$.
   (b) Énoncer sans démonstration les propriétés de la réciproque d'une bijection (prop 2.8).
   (c) Expliquer comment on déduit la courbe de f^{-1} à partir de celle de f dans un repère orthonormé puis appliquer cette méthode pour tracer les courbes de exp et ln.

Programme

- Python
  - Calcul de somme et de produit avec une boucle *for*
  - Calcul du premier rang (ou seuil) où une propriété est vérifiée avec une boucle *while*
  - Calculs simultanés d'une somme et d'un seuil avec une boucle *while*
  - Représentation graphique
- Vocabulaire des applications
  - Application f de E dans F, image d'un élément de E par f, antécédent d'un élément de F par f.
  - Image directe d'une partie de l'ensemble de départ par une application. Détermination graphique ou avec un tableau de variation d'une image directe par une application $f : A \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.
  - Composition de deux applications.
  - Injections, surjections, bijections. Composées de telles applications.
  - Réciproque d'une bijection. Applications identités. Propriétés de la réciproque notamment la réciproque de la composée de deux bijections.
  - Soit f une application définie sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans une partie de $\mathbb{R}$. Dans un repère orthonormé, les courbes de f et de f^{-1} sont symétriques par rapport à la première bissectrice (droite d'équ. $y = x$).
  - Expression de $f^{-1}(y)$ par résolution explicite de l'équation $f(x) = y$.
  - Une fonction f <u>continue</u> et <u>strictement monotone</u> sur un <u>intervalle</u> I réalise une bijection de I dans $f(I)$ qui est un intervalle dont les bornes sont les images par f des bornes de I ou bien les limites de f aux bornes de I.
- Nombres complexes jusqu'au module
  - Parties réelle et imaginaire, écriture algébrique d'un nombre complexe.
  - Identités remarquables, formule du binôme, formule d'une somme géométrique.
  - Conjugué d'un nombre complexe.
  - Module. Inégalité triangulaire.
  - Interprétation des notions précédentes dans le plan complexe.