

Questions de cours

- Démontrer que si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$ alors $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ est inversible, on donnera alors, en le justifiant, l'expression de l'inverse en fonction de a, b, c, d .
On ne cherchera pas à démontrer la réciproque.
- Donner les règles de calcul numériques interdites pour les matrices. Énoncer les propriétés de la transposition (2.9) et de l'inverse (3.10 et 3.11).
- Définir le rang d'un système linéaire puis énoncer ses propriétés (prop 5.1).
- Écrire l'importation du module numpy puis une fonction de paramètres A, B qui renvoie le produit matriciel AB . Les matrices seront représentées par des tableaux numpy.

Programme

- Python
 - Approximation de $\int_a^b f(x)dx$ par $\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right)$ ou $\frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right)$
 - Fonctions qui renvoie le maximum d'une liste, le premier rang du maximum, les rangs du maximum.
 - Manipulation de tableaux *numpy*.
- Systèmes d'équations linéaires : semaine dernière
- Matrices
 - Taille d'une matrice, double indexation des coefficients d'une matrice et notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
 - Matrices lignes, colonnes, nulles (notation $0_{\mathcal{M}_{n,p}}$).
 - Opérations sur les matrices : somme, produit par un scalaire, produit matriciel, transposition (notation A^T). Propriétés : associativité démontrée.
 - Si A, B, C sont des matrices telles que B et C aient la même taille et $AB = AC$ ou $BA = CA$ alors on ne peut pas simplifier par la matrice A même si celle-ci est non nulle.
 - On ne peut pas diviser par une matrice.
 - Matrices carrées, notation $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Matrices identités, notation I_n .
 - Si $(A, B) \in \mathcal{M}_n^2(\mathbb{K})$ alors en général $AB \neq BA$.
 - Puissances d'une matrice carrée. Propriétés.
 - Formule du binôme de Newton pour des matrices carrées qui commutent.
 - Matrices inversibles (notation A^{-1}) : définition, unicité et propriétés.
 $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ inversible $\iff \text{rg}(A) = n$.
 - Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires.
 - Opérations élémentaires sur une matrice. Matrice échelonnée. Pivot d'une matrice échelonnée. Algorithme du pivot de Gauss pour une matrice. Rang d'une matrice. Propriétés du rang.
 - Inversion d'une matrice carrée à l'aide d'un système linéaire à paramètres.
 - Déterminant d'une matrice $(2,2)$. Inversibilité d'une matrice 2×2 et expression de l'inverse. Application à la résolution d'un système linéaire $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ lorsque $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$ (Formules de Cramer hors programme).
 - Pas encore abordé : Matrices diagonales, triangulaires, symétriques.