

Questions de cours

- Traiter l'une des questions suivantes (au choix du colleur) :
 - Écrire une fonction python `dichotomie` de paramètres `f, a, b, p` qui renvoie une approximation à p près d'une solution de $f(x) = 0$ sur $[a, b]$ par la méthode de dichotomie.
 - Soient a et b deux réels tels que $0 < a < b$. On définit deux suites u et v par : $u_0 = a, v_0 = b$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}$ et $v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$.
On admet que ces deux suites sont adjacentes.
Écrire une fonction python d'arguments `a, b, p` qui renvoie une approximation de la limite commune à p près.
- Traiter l'une des questions suivantes (au choix du colleur) :
 - Énoncer la définition de suites équivalentes.
 - Donner les 6 équivalences usuelles.
 - Énonce le théorème des croissances comparées pour les suites.
 - Donner les 6 règles de calcul sur les équivalences.
- Énoncer l'une des trois propositions (aux choix du colleur) :
 - signe des termes d'une suite admettant limite strictement positive.
 - théorème de passage à la limite.
 - théorème des gendarmes.
- Le colleur choisira l'une des trois questions suivantes :
 - théorème de la limite monotone.
 - définition de suites adjacentes.
 - théorème des suites adjacentes.

Programme

- Python
 - Fonctions qui renvoie le maximum d'une liste, le premier rang du maximum, les rangs du maximum.
 - Manipulation de tableaux `numpy` : courbes de fonctions, calcul matriciel.
 - Algorithme de dichotomie sur $[a, b]$. Code simplifié de la dichotomie pour une fonction vérifiant $f(a) \leq 0 \leq f(b)$ ou bien $f(b) \leq 0 \leq f(a)$.
- Suites réelles
 - Limite finie et limite infinie.
 - Comportement asymptotique des suites géométriques et arithmétiques.
 - Suites extraites par parité de l'indice et par décalage de l'indice.
 - Opérations algébriques sur les limites. Formes indéterminées.
 - Unicité de la limite et conséquence : passage à la limite dans une égalité.
 - Si une suite admet une limite str positive (resp. str négative) alors, à partir d'un certain rang, ses termes sont str positifs (resp. str négatifs).
 - Théorème de passage à la limite dans une inégalité **large**.
 - Théorème de comparaison (gendarmes).
 - Théorème de la limite monotone (comportement d'une suite monotone).
 - Théorème (et définition) des suites adjacentes. Application à la recherche d'une approximation de la limite à une précision prescrite.
 - Croissances comparées de $\ln n, n^a, q^n$ et $n!$ avec $a > 0$ et $q > 1$.
 - Suites équivalentes (uniquement pour les suites ne s'annulant pas).
 - Équivalences usuelles. Équivalent d'une suite polynomiale.
 - Produit, quotient d'équivalences. Composition d'équivalences par $x \mapsto x^a$
 - Deux suites équivalentes ont la même limite (si l'une d'elle en a une).
 - Méthodes pour lever les formes indéterminées : factorisation par le terme dominant, expression conjuguée, croissances comparées, équivalents.
 - Suites vérifiant la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Représentation graphique de telles suites.
 - Suites définies implicitement (u_n solution de l'équation $f_n(x) = 0$).
- Dénombrement (début du cours, pas d'exo pour l'instant)
 - Ensembles finis et cardinaux. Cardinal de $\llbracket p, q \rrbracket$.
 - $\text{Card}(A) = \text{Card}(B) \iff$ il existe une bijection de A dans B .
 - p -uplets : modèle des tirages successifs avec remise.
 - p -uplets sans répétition : modèle des tirages successifs sans remise.
 - Permutations : modèle des tirages exhaustifs.
 - p -combinaisons : modèle des tirages simultanés.
 - Nombre de parties d'un ensemble à n éléments.