## Questions de cours

1. Traiter (au choix du colleur) l'une des trois questions suivantes :
   (a) Énoncer la formule des probabilités composées.
   (b) Énoncer la formule des probabilités totales.
   (c) Simuler en langage python l'expérience : un gardien d'immeuble est ivre 3 jours sur 5. Il dispose d'un trousseau de 10 clefs indiscernables pour rentrer chez lui. Lorsqu'il est sobre, il essaie les clés les unes après les autres, en mettant de côté les essais infructueux. Lorsqu'il a bu, il fait tomber le trousseau après chaque tentative, mélangeant ainsi les clés.
2. Traiter (au choix du colleur) l'une des quatre questions suivantes :
   (a) Définir $P_B(A)$ et donner une autre façon de la calculer.
   (b) Soit $\mathbb{P}$ une probabilité sur un univers $\Omega$ et $B$ un événement de probabilité non nulle. Définir $\mathbb{P}_B$ (et démontrer à la demande du colleur que $\mathbb{P}_B$ est une probabilité).
   (c) Énoncer sans les justifier les propriétés d'une probabilité (prop 2.2).
   (d) Pour une expérience aléatoire finie (nombre fini d'issues), définir la notion d'équiprobabilité et donner dans ce cas, sans la justifier, la formule que l'on peut utiliser pour calculer $\mathbb{P}(A)$.
3. On considère deux expériences aléatoires :
   - Une urne contient 7 boules rouges et 3 boules noires. On tire successivement et sans remise 3 boules. Soit $B$ l'événement : "deux boules qui se suivent n'ont pas la même couleur".
   - Dans une urne on place $4n$ boules blanches et $n$ boules noires puis on tire successivement avec remise 4 boules. Soit $A$ l'événement : "toutes les boules tirées sont noires".

   Traiter l'une des questions suivantes (au choix du colleur) :

   (a) Écrire une fonction sans paramètre qui simule la première expérience.
   (b) Écrire une fonction de paramètre $n$ qui approche la probabilité de $B$ avec $n$ simulations. On pourra appeler la fonction de la question précédente.
   (c) Écrire une fonction de paramètre $n$ qui simule la deuxième expérience.
   (d) Écrire une fonction de paramètres $n, s$ qui approche la probabilité de $A$ avec $s$ simulations. On pourra appeler la fonction de la question précédente.
4. Traiter l'une des questions suivantes (au choix du colleur) :
   (a) Définir un $p$-uplet de $E$ et donner le nombre de $p$-uplets si $E$ possède $n$ éléments. Déterminer deux expériences dont les résultats sont des $p$-uplets et en déduire le nombre de résultats.
   (b) Mêmes questions pour les $p$-uplets sans répétition.
   (c) Définir une permutation de $E$ et donner le nombre de permutations si $E$ possède $n$ éléments. Déterminer trois expériences dont les résultats sont des permutations et en déduire le nombre de résultats.
   (d) Définir une $p$-combinaison de $E$ et donner le nombre de $p$-combinaisons si $E$ possède $n$ éléments. Déterminer deux expériences dont les résultats sont des $p$-combinaisons et en déduire le nombre de résultats.

## Programme

- Python
  — Algorithme de dichotomie sur $[a, b]$. Code simplifié de la dichotomie pour une fonction vérifiant $f(a) \leqslant 0 \leqslant f(b)$ ou bien $f(b) \leqslant 0 \leqslant f(a)$.
  — Simuler une experience aléatoire de tirage dans une urne avec *randint*, *choice* et *random*. Notamment tirages successifs avec remise et sans remise simulés par une urne virtuelle ou par un jeu de compteurs.
  — Approximation de la probabilité d'un événement par sa fréquence lors de $n$ simulations informatiques indépendantes.
- Dénombrement et application aux probabilités
- Expériences aléatoires et probabilité
  — Expérience aléatoire, univers, événements.
  — Événement impossible, événement certain, événements élémentaires.
  — Opérations sur les événements : contraire, et, ou.
  — Relations entre événements : $A$ entraîne $B$ ($A \subset B$), événements incompatibles ($A \cap B = \emptyset$), événements 2 à 2 incompatibles.
  — Systèmes complets d'événements. Justifier qu'une famille est un SCE.
  — Définition d'une probabilité (ou fonction probabilité) sur $\Omega$. Modélisation d'une expérience aléatoire par un ensemble $\Omega$ et une probabilité $\mathbb{P}$ sur $\Omega$, en particulier signification de $\mathbb{P}(A)$. Propriétés d'une probabilité $\mathbb{P}$.
  — Représentation de certaines expériences aléatoires sous forme d'arbre pondéré. Connaitre la valeur des coefficients associés aux branches.
  — Expériences aléatoires finies ($\Omega$ fini) : caractérisation d'une probabilité à l'aide des événements élémentaires, équiprobabilité (des événements élémentaires) et formule $\mathbb{P}(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.
  — Probabilités conditionnelles : définition et signification de $\mathbb{P}_B(A)$, $\mathbb{P}_B$ est une probabilité, démarche bayésienne.
  — Formule des probabilités composées, formules des probabilités totales (deux versions).
  — **L'indépendance et la formule de Bayes ne seront vues que lundi.**