1BCPST2 Dérivées des fonctions et compositions usuelles (semestre 2)

u est une fonction dérivable sur un domaine D

On définit $D_+^* = \{x \in D,\ u(x) > 0\}$ et $D^* = \{x \in D,\ u(x) \neq 0\}$

Ce tableau doit être connu parfaitement

Fonctions	Domaines de dérivabilité			Dérivées
$x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$			$x \mapsto e^x$
$x \mapsto \ln x$	$\mathbb{R}_+^*$			$x \mapsto \frac{1}{x}$
$x \mapsto x^\alpha$	$\mathbb{R}$ si $\alpha \in \mathbb{N}$	$\mathbb{R}^*$ si $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	$\mathbb{R}_+^*$ si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$	$x \mapsto \alpha x^{\alpha-1}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$			$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+^*$			$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \mapsto \sin x$	$\mathbb{R}$			$x \mapsto \cos x$
$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$			$x \mapsto -\sin x$
$x \mapsto \tan x$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$			$x \mapsto 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$x \mapsto \arctan x$	$\mathbb{R}$			$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$
e^u	D			$u'e^u$
$\ln(\lvert u \rvert)$	D^*			$\frac{u'}{u}$
$u^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R}$	D si $\alpha \in \mathbb{N}$	D^* si $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	D_+^* si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$	$\alpha u' u^{\alpha-1}$
$\frac{1}{u}$	D^*			$-\frac{u'}{u^2}$
$\sqrt{u}$	D_+^*			$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\sin(u)$	D			$u' \cos(u)$
$\cos(u)$	D			$-u' \sin(u)$
$\tan(u)$	$\{x \in D,\ u(x) \in \mathscr{D}_{\tan}\}$			$u'(1 + \tan^2 u) = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$\arctan(u)$	D			$\frac{u'}{1+u^2}$

$\boxed{\text{Linéarité de la dérivation : } (\lambda u + \mu v)' = \lambda u' + \mu v'}$ où u, v sont deux fonctions dérivables et λ, μ deux réels

$\boxed{\text{Dérivée d'un produit de fonctions : } (uv)' = u'v + uv'}$ où u et v sont deux fonctions dérivables

$\boxed{\text{Dérivée d'un quotient de fonctions : } \left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}}$ où u et v sont deux fonctions dérivables et v ne s'annule pas

$\boxed{\text{Dérivée de l'inverse d'une fonction : } \left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}}$ où u est une fonction dérivable ne s'annulant pas

$\boxed{\text{Dérivée d'une composition de fonctions : } (v \circ u)' = u' \times (v' \circ u)}$ où u et v sont deux fonctions dérivables

On peut aussi retenir cette formule sous la forme : $\Big(v(u)\Big)' = u' \times v'(u)$