Questions de cours

1. Traiter (au choix du colleur) l'une des six questions suivantes :
   (a) Écrire une fonction python de paramètres `f,a,b,n` qui renvoie une approximation de $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ par la méthode des rectangles avec une subdivision en n intervalles.
   (b) Écrire une fonction python de paramètres `f,a,b,u,p` qui renvoie une approximation d'une solution de l'équation $f(x) = u$ sur $[a,b]$ à p près par la méthode de dichotomie dans le cas où f est croissante sur $[a,b]$.
   (c) Donner, au choix du colleur, quelques primitives de fonctions ou compositions usuelles du formulaire.
2. Traiter (au choix du colleur) l'une des six questions suivantes :
   (a) Énoncer sans démonstration la propriété de positivité de l'intégrale.
   (b) Énoncer sans démonstration la propriété de croissance de l'intégrale.
   (c) Énoncer sans démonstration l'inégalité triangulaire pour une intégrale.
   (d) Énoncer sans démonstration le théorème des sommes de Riemann.
   (e) Illustrer sur un dessin la méthode des rectangles permettant de définir les deux sommes de Riemann de f sur le segment $[a,b]$.
   (f) Interpréter géométriquement sur un dessin $\int_a^b f$ avec $a < b$ dans les trois cas : f positive, f négative, f change de signe une seule fois.
3. Traiter (au choix du colleur) l'une des sept questions suivantes :
   (a) Définir la dérivabilité de f en x_0.
   (b) Interpréter géométriquement la dérivabilité de f en x_0.
   (c) Si f est dérivable en x_0 donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en x_0.
   (d) Énoncer le théorème d'opérations algébriques de fonctions dérivables. F$^{\text{les}}$
   (e) Énoncer le théorème de composition de fonctions dérivables (formule).
   (f) Donner les dérivées de certaines (au choix du colleur) fonctions usuelles.
4. Traiter (au choix du colleur) l'une des six questions suivantes :
   (a) Énoncer sans démonstration le théorème de Rolle.
   (b) Énoncer sans démonstration le théorème des accroissements finis.
   (c) Énoncer sans démonstration le théorème de la dérivée de la réciproque.
   (d) Énoncer sans démonstration le théorème qui relie le signe de la dérivée à la stricte monotonie d'une fonction sur un intervalle (4.2).
   (e) Définir une fonction de classe C^n (resp. C^∞) sur un intervalle.
   (f) Donner sans démonstration les formules de la dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'une inverse, d'un quotient de fonctions dérivables.

Programme

- Python
  — Code simplifié de la dichotomie pour une fonction monotone.
  — détermination d'une limite de fonction en traçant sa courbe.
  — Approximation de $\int_a^b f$ par $\frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right)$ et code python.
  — Approximation de $\int_a^b f$ par la méthode des trapèzes.
  — Dérivation numérique : approximation de $f'(x)$ par $\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ pour une petite valeur de t (si l'expression de f est inconnue ou compliquée).
  — Représentation graphique de f et f^{-1}(`plt.plot(x,y)` et `plt.plot(y,x)`). avec les modules *matplotlib.pyplot* et *numpy*.
  — Calcul du terme u_n d'une suite vérifiant $u_{k+1} = f(u_k)$ où n est le plus petit entier vérifiant $|u_n - u_{n-1}| \leqslant p$ (seuil).
- Dérivabilité : programme de la semaine dernière
- Propriétés de l'intégrale
  — Positivité et croissance (strictes) de l'intégrale, inégalité triangulaire.
  — Méthode des rectangles (avec encadrement pour les fonctions monotones).
  — Méthode des trapèzes et lien avec les sommes de Riemann via quelques manipulations (changement d'indice, décrochage-raccrochage).
  — Théorème des sommes de Riemann et ses deux applications :
    1) approcher $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ (intégration numérique),
    2) calculer la limite de certaines sommes.
  — Interprétation géométrique de $\int_a^b f$.
  — Fonctions et suites définies par une intégrale.