# 1BCPST2 Dérivées des fonctions et compositions usuelles (semestre 1)

$u$ est une fonction dérivable sur un domaine $D$

On définit $D_+^* = \{x \in D,\ u(x) > 0\}$ et $D^* = \{x \in D,\ u(x) \neq 0\}$

Ce tableau doit être connu parfaitement

| Fonctions | Domaines de dérivabilité | | | Dérivées |
|---|---|---|---|---|
| $x \mapsto \mathrm{e}^x$ | $\mathbb{R}$ | | | $x \mapsto \mathrm{e}^x$ |
| $x \mapsto \ln x$ | $\mathbb{R}_+^*$ | | | $x \mapsto \frac{1}{x}$ |
| $x \mapsto x^\alpha$ | $\mathbb{R}$ si $\alpha \in \mathbb{N}$ | $\mathbb{R}^*$ si $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ | $\mathbb{R}_+^*$ si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ | $x \mapsto \alpha x^{\alpha-1}$ |
| $x \mapsto \frac{1}{x}$ | $\mathbb{R}^*$ | | | $x \mapsto -\frac{1}{x^2}$ |
| $x \mapsto \sqrt{x}$ | $\mathbb{R}_+^*$ | | | $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $x \mapsto \sin x$ | $\mathbb{R}$ | | | $x \mapsto \cos x$ |
| $x \mapsto \cos x$ | $\mathbb{R}$ | | | $x \mapsto -\sin x$ |
| $x \mapsto \tan x$ | $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ | | | $x \mapsto 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ |
| $\mathrm{e}^u$ | $D$ | | | $u'\,\mathrm{e}^u$ |
| $\ln(\lvert u \rvert)$ | $D^*$ | | | $\frac{u'}{u}$ |
| $u^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R}$ | $D$ si $\alpha \in \mathbb{N}$ | $D^*$ si $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ | $D_+^*$ si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ | $\alpha u' u^{\alpha-1}$ |
| $\frac{1}{u}$ | $D^*$ | | | $-\frac{u'}{u^2}$ |
| $\sqrt{u}$ | $D_+^*$ | | | $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ |
| $\sin(u)$ | $D$ | | | $u'\cos(u)$ |
| $\cos(u)$ | $D$ | | | $-u'\sin(u)$ |
| $\tan(u)$ | $\{x \in D,\ u(x) \in \mathscr{D}_{\tan}\}$ | | | $u'(1 + \tan^2 u) = \frac{u'}{\cos^2 u}$ |

$\boxed{\text{Linéarité de la dérivation : } (\lambda u + \mu v)' = \lambda u' + \mu v'}$ où $u, v$ sont deux fonctions dérivables et $\lambda, \mu$ deux réels

$\boxed{\text{Dérivée d'un produit de fonctions : } (uv)' = u'v + uv'}$ où $u$ et $v$ sont deux fonctions dérivables

$\boxed{\text{Dérivée d'un quotient de fonctions : } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}}$ où $u$ et $v$ sont deux fonctions dérivables et $v$ ne s'annule pas

$\boxed{\text{Dérivée de l'inverse d'une fonction : } \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}}$ où $u$ est une fonction dérivable ne s'annulant pas

$\boxed{\text{Dérivée d'une composition de fonctions : } (v \circ u)' = u' \times (v' \circ u)}$ où $u$ et $v$ sont deux fonctions dérivables

On peut aussi retenir cette formule sous la forme : $\Big(v(u)\Big)' = u' \times v'(u)$