Questions de cours

1. Le colleur interrogera sur le formulaire de dérivation.
2. Définir $\max(A)$, $\sup(A)$, $\min(A)$ et $\inf(A)$ pour une partie non vide A de $\mathbb{R}$.
   Définir une ou plusieurs expressions (au choix du colleur) parmi $\sqrt{t}, |t|, \lfloor t \rfloor$ pour un réel t vérifiant éventuellement certaines conditions.
   Le colleur pourra demander une forme équivalente d'une des assertions suivantes (au choix du colleur) :
   $a^2 = b$, $a^2 \leqslant b$, $a^2 < b$, $a^2 \geqslant b$, $a^2 > b$, $|a| = b$, $|a| \leqslant b$, $|a| < b$, $|a| \geqslant b$, $|a| > b$
   où $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}_+$.
3. On considère le polynôme P défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ et $a \neq 0$. Donner sans démonstration le signe de $P(x)$ en fonction de x et les solutions de l'équation $P(x) = 0$ en discutant sur le discriminant (prop 4.2). Factoriser $P(x)$ dans les cas où cela est possible.
4. Le colleur choisira l'une des trois questions suivantes :
   (a) Énoncer les cinq règles de calcul sur les inégalités (prop 3.2).
   (b) Énoncer les trois équivalences provenant de la stricte monotonie d'une (choisie par le colleur) des fonctions usuelles (exp, ln, $x \mapsto x^n$ ou $\sqrt{x}$ ou $\frac{1}{x}$ avec $n \in \mathbb{N}$) sur un intervalle à préciser (prop 3.1).
   (c) Donner sans justification une assertion équivalente à $\sqrt{a} = b$ ne faisant pas intervenir le symbole $\sqrt{\ }$.

Règles de succession des questions de cours d'une semaine à la suivante :

- Les questions 3 et 4 disparaissent.
- Les questions 1 et 2 deviennent les questions 3 et 4 et sont remplacées par deux nouvelles questions portant les numéros 1 et 2.

Programme

- Démonstration par récurrence simple, d'ordre 2 et forte
- Les nombres réels
  Partie principale du programme de cette semaine.
  — Établir une inégalité à l'aide des règles de calcul (somme, produit et composition par une fonction strictement monotone).
  — Établir une inégalité par une étude de fonction.
  — Règles de calcul avec les puissances.
  — Factorisation, développement, identités remarquables.
  — Propriétés de l'exponentielle et du logarithme.
  — Résolution d'équations et d'inéquations (en particulier celles du second degré).
  Ensemble de définition d'une équation et d'une inéquation.
  Méthode "algébrique" (règles de calcul) et méthode "analytique" (étude de fonction).
  — Résolution des équations et inéquations du type :
  $\sqrt{a(x)} = (\text{ ou } \leqslant \text{ ou } \geqslant \text{ ou } < \text{ ou } >)\ b(x)$ où a et b sont définies sur $\mathbb{R}$.
  — Valeur absolue. Propriétés dont l'inégalité triangulaire.
  — Résolution d'équations faisant apparaitre des valeurs absolues par discussions consignées dans un tableau.
  — Approximation d'un réel à ε près par excès et par défaut.
  — Partie entière et notamment l'encadrement qui la caractérise.
  — Majorant, minorant d'une partie de $\mathbb{R}$. Parties majorées, minorées, bornées.
  — Définition de $\max(A)$, $\sup(A)$, $\min(A)$ et $\inf(A)$ pour une partie A de $\mathbb{R}$.
  — Existence de $\sup(A)$ si A est non vide et majorée et de $\inf(A)$ si A est non vide et minorée.
  — Lien entre $\max(A)$ et $\sup(A)$. Lien entre $\min(A)$ et $\inf(A)$.
  — Savoir déterminer $\max(A)$, $\sup(A)$, $\min(A)$ et $\inf(A)$ lorsque A est un intervalle ou bien un ensemble discret simple.
- Dérivées des fonctions usuelles du formulaire et applications
  Cette partie pourra être évaluée après un exercice sur les nombres réels ou la récurrence.
  — Application au calcul de la dérivée d'une fonction simple à partir des dérivées usuelles et des règles de calcul sur les dérivées (somme, produit, quotient, inverse, composition).