Exercice 1 (Suite récurrente)
Soit n un entier naturel non nul.

On considère la suite (u_k) définie par récurrence par $\begin{cases} u_0 = u_1 = 1 \\ \forall k \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\},\ u_k = \dfrac{2}{k-1} u_{k-2} \end{cases}$

1. Calculer u_3, u_5, u_7, u_9. Conjecturer une expression pour u_{2n+1} et démontrer cette formule.
2. Exprimer $2n(2n-2)(2n-4)\cdots 2$ à l'aide d'une factorielle et d'une puissance.
3. Montrer que $(2n-1)(2n-3)\cdots 1 = \dfrac{(2n)!}{2^n n!}$.
4. En déduire l'expression de u_{2n} en fonction de n.

Exercice 2
Écrire un script Python qui calcule et affiche la somme et le produit de k^4 pour k variant de 1 à n où n est entré par l'utilisateur du programme.

Exercice 3
Résoudre les inéquations : $\sqrt{3 - x^2 + 2x} > 1 - x$ et $\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \dfrac{1}{2}$.

Exercice 4
Soit $S = \left\{x \in \mathbb{R}, -2 < x + \frac{1}{2x} \leqslant 2\right\}$.

1. Montrer que S est la réunion de deux intervalles.
2. Déterminer s'ils existent :

   les majorants, les minorants, la borne supérieure, la borne inférieure, le plus grand élément, le plus petit élément de S.

Exercice 5
Soit $x \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer un encadrement de l'entier $\lfloor x \rfloor + \lfloor -x \rfloor$.
2. En déduire la valeur de $\lfloor x \rfloor + \lfloor -x \rfloor$. On pourra discuter suivant que x est entier ou pas.

Exercice 6
Résoudre l'inéquation $\mathrm{e}^{-2x} - \mathrm{e}^{-x} - 1 > 0$ d'inconnue réelle x.