Questions de cours

1. Dire à quoi sont équivalentes chacune des égalités suivantes : $\cos x = \cos\alpha$, $\sin x = \sin\alpha$ et $\tan x = \tan\alpha$. Mêmes questions pour les égalités suivantes : $\cos x = 0$, $\cos x = 1$, $\cos x = -1$, $\sin x = 0$, $\tan x = 0$, $\sin x = 1$ et $\sin x = -1$.
2. (a) Énoncer les formules suivantes : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos^2 x + \sin^2 x$, $\cos(-x)$, $\sin(-x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi - x)$.

   (b) Énoncer et démontrer les formules de duplication de sin et cos.
3. Énoncer la formule du binôme de Newton. Développer $(a+b)^5$ et $(a-b)^5$ avec la formule du binôme et le triangle de Pascal.
4. Donner les valeurs des fonctions cosinus, sinus et tangente aux points : 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$. Le colleur pourra demander les valeurs de ces trois fonctions en d'autres points obtenus à partir des précédents par les transformations $x \mapsto -x$, $x \mapsto \pi - x$ ou une composition de ces transformations.

Programme

- Python
  - — Boucle *for*. Indentation obligatoire pour le corps de la boucle.
  - — Calcul de sommes et de produits simples avec une boucle *for*.
  - — Fonction python (*def*) avec indentation du corps, commande *return*.

    Exemples : fonctions renvoyant $n!$, $\binom{n}{k}$, $\sum_{k=1}^{n} k^p$, u_n si $u_{n+1} = f(u_n)$.
  - — Instruction conditionnelle (*if, elif, else*) avec indentation du corps.
  - — Boucle conditionnelle (*while*) avec indentation du corps.

- Symboles $\sum$ et $\prod$ (programme de la semaine précédente)

- Trigonométrie sans les nombres complexes (partie principale du programme)
  - — Définition, périodicité des fonctions cosinus, sinus et tangente.
  - — Valeurs de sin, cos, tan aux 16 angles usuels. Moyens mnémotechniques avec les 4 quadrants et le classement par famille ($\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$).
  - — Formules issues des symétries des fonctions sin et cos (parité, imparité, angle complémentaire ($\frac{\pi}{2} - \theta$), angle supplémentaire($\pi - \theta$)).
  - — $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, formules $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, formules de duplication ($\cos(2x)$ et $\sin(2x)$ en fonction de $\cos x$ et/ou $\sin x$).
  - — Les nombres $\arcsin(s)$, $\arccos(c)$ et $\arctan(t)$ sont définis comme solutions des équations $\sin x = s$, $\cos x = c$ et $\tan x = t$ dans les intervalles $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $[0, \pi]$, $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Aucune propriété de ces trois fonctions n'est à connaitre pour l'instant (la fonction arctan sera étudiée ultérieurement).
  - — Équations trigonométriques du type : $\cos x = c$, $\sin x = c$, $\tan x = c$ ou s'y ramenant par un changement d'inconnue.
  - — Équations du type $a\cos x + b\sin x = c$.
  - — Linéarisation de $\sin(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$, $\cos(a)\cos(b)$ par application des formules $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$. Pas de linéarisations plus compliquées pour l'instant.