Questions de cours

1. Donner les définitions d'une application, d'une injection, d'une surjection, d'une bijection. Donner la définition de l'image directe d'un ensemble par une application.
2. Définir la réciproque d'une bijection et donner ses principales propriétés (prop. 2.7 et 2.8)
3. Dire à quoi sont équivalentes chacune des égalités suivantes : $\cos x = \cos\alpha$, $\sin x = \sin\alpha$ et $\tan x = \tan\alpha$. Mêmes questions pour les égalités suivantes : $\cos x = 0$, $\cos x = 1$, $\cos x = -1$, $\sin x = 0$, $\tan x = 0$, $\sin x = 1$ et $\sin x = -1$.
4. (a) Énoncer les formules suivantes : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos^2 x + \sin^2 x$, $\cos(-x)$, $\sin(-x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi - x)$.
   (b) Énoncer et démontrer les formules de duplication de sin et cos.

Programme

- Python
  — Boucle *for*. Indentation obligatoire pour le corps de la boucle.
  — Calcul de sommes et de produits simples avec une boucle *for*.
  — Fonction python (*def*) avec indentation du corps, commande *return*.
  Exemples : fonctions renvoyant $n!$, $\binom{n}{k}$, $\sum_{k=1}^{n} k^p$, u_n si $u_{n+1} = f(u_n)$.
  — Instruction conditionnelle (*if, elif, else*) avec indentation du corps.
  — Boucle conditionnelle (*while*) avec indentation du corps.
  — Calcul d'une somme double avec deux boucles *for*.

- Trigonométrie sans les nombres complexes. Semaine précédente plus :
  — Définition de arccos, arcsin, arctan.
  — Équations et inéquations trigonométriques.
  — Savoir exprimer $\sin(n\theta)$ et $\cos(n\theta)$ en fonction de $\sin(\theta)$ et $\cos(\theta)$ pour de petites valeurs de n.

- Vocabulaire des applications (pas d'exercice traité)
  — Application f de E dans F, image d'un élément de E par f, antécédent d'un élément de F par f.
  — Image directe d'une partie de l'ensemble de départ par une application. Détermination graphique ou avec un tableau de variation d'une image directe par une application $f : A \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.
  — Composition de deux applications.
  — Injections, surjections, bijections. Composées de telles applications.
  — Réciproque d'une bijection. Applications identités. Propriétés de la réciproque notamment la réciproque de la composée de deux bijections.
  — Soit f une application définie sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans une partie de $\mathbb{R}$. Dans un repère orthonormé, les courbes de f et de f^{-1} sont symétriques par rapport à la première bissectrice (droite d'équ. $y = x$).
  — **Non abordé : Expression de $f^{-1}(y)$ par résolution explicite de l'équation $f(x) = y$. Une fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I dans $f(I)$ qui est un intervalle dont les bornes sont les images par f des bornes de I ou bien les limites de f aux bornes de I.**