Questions de cours

1. Définir l'inverse d'une matrice carrée (3.6) et énoncer ses propriétés (3.7, 3.10, 3.11).
2. Définir le rang d'une matrice (5.2) et énoncer ses propriétés (5.3).
3. Définir le produit matriciel et donner ses propriétés (prop 2.6 et 2.7).
4. Définir l'inverse et les puissances d'une matrice carrée. Énoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices.

Programme

- Python
  - — Méthode d'Euler pour approcher la solution de l'équation différentielle $y' = F(x, y)$ vérifiant la condition initiale $y(x_0) = y_0$. Maitriser le code python des relations de récurrence $y_{i+1} = y_i + hF(x_i, y_i)$ et $x_{i+1} = x_i + h$ où h est le pas de discrétisation de l'intervalle $[x_0, b]$.
  - — Détermination du maximum et des rangs du maximum d'une liste.

- Matrices
  - — Taille d'une matrice, double indexation des coefficients d'une matrice et notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
  - — Matrices lignes, colonnes, nulles (notation $0_{\mathcal{M}_{n,p}}$).
  - — Opérations sur les matrices : somme, produit par un scalaire, produit matriciel, transposition (notation A^T). Propriétés : associativité démontrée.
  - — Si A, B, C sont des matrices telles que B et C aient la même taille et $AB = AC$ ou $BA = CA$ alors on ne peut pas simplifier par la matrice A même si celle-ci est non nulle.
  - — On ne peut pas diviser par une matrice.
  - — Matrices carrées, notation $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Matrices identités, notation I_n.
  - — Si $(A, B) \in \mathcal{M}_n^2(\mathbb{K})$ alors en général $AB \neq BA$.
  - — Puissances d'une matrice carrée. Propriétés.
  - — Formule du binôme de Newton pour des matrices carrées qui commutent.
  - — Matrices inversibles (notation A^{-1}) : définition, unicité et propriétés. $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ inversible $\iff$ $\operatorname{rg}(A) = n$.
  - — Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires.
  - — Opérations élémentaires sur une matrice. Matrice échelonnée. Pivot d'une matrice échelonnée. Algorithme du pivot de Gauss pour une matrice. Rang d'une matrice. Propriétés du rang.
  - — Inversion d'une matrice carrée à l'aide d'un système linéaire à paramètres.
  - — Déterminant d'une matrice $(2, 2)$. Inversibilité d'une matrice 2×2 et expression de l'inverse. Application à la résolution d'un système linéaire $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ lorsque $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$ (Formules de Cramer hors programme).
  - — Utilisation de l'inverse d'une matrice pour résoudre un système linéaire.
  - — Étude matricielle de suites vérifiant des relations de récurrence "croisées".
  - — Matrices diagonales, matrices triangulaires, matrices symétriques.