Questions de cours

1. Énoncer les formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes. Le colleur pourra demander de justifier la formule des probabilités totales.
2. Définir $\mathbb{P}_B(A)$ et dire ce que mesure ce nombre. Définir l'indépendance des événements A et B et donner d'autres caractérisations de cette indépendance. Le colleur pourra demander la preuve du fait que l'application $A \mapsto \mathbb{P}_B(A)$ est une probabilité si $\mathbb{P}(B) \neq 0$.
3. Définir une probabilité sur un ensemble Ω (2.1) puis énoncer les principales propriétés d'une probabilité (2.2). Quand dit-on qu'il y a équiprobabilité (2.4) ? Dans ce cas, quelle formule a-t-on le droit d'utiliser (2.5) ?
4. Définir $\mathbb{P}_B(A)$ (3.1). Que mesure $\mathbb{P}_B(A)$ (3.1) ? Définir un système complet d'événements (1.5). Comment peut-on, en pratique, établir qu'une famille d'événements est un SCE ?

Programme

- Python
  - Méthode d'Euler pour approcher la solution de l'équation différentielle $y' = F(x, y)$ vérifiant la condition initiale $y(x_0) = y_0$. Maitriser le code python des relations de récurrence $y_{i+1} = y_i + hF(x_i, y_i)$ et $x_{i+1} = x_i + h$ où h est le pas de l'algorithme sur l'intervalle $[x_0, b]$.
  - Détermination du maximum et des rangs du maximum d'une liste.
  - Tableau de fréquences d'entiers dans une liste. Tri comptage.
  - Approximation d'une solution d'une équation $f(x) = a$ par dichotomie.
  - Simulation d'une expérience aléatoire avec *rd.random, rd.randint, rd.choice.*
  - Approximation de $\mathbb{P}(A)$ par la fréquence de réalisation de A avec un grand nombre de simulations.
  - Approximation de $\mathbb{P}_B(A)$ par le quotient du nombre de réalisations de $A \cap B$ sur le nombre de réalisations de B avec un grand nombre de simulations.

- Expériences aléatoires et probabilité (On commence les exercices lundi)
  - Expérience aléatoire, univers, événements.
  - Événement impossible, événement certain, événements élémentaires.
  - Opérations sur les événements : contraire, et, ou.
  - Relations entre événements : A entraîne B ($A \subset B$), événements incompatibles ($A \cap B = \emptyset$), événements 2 à 2 incompatibles.
  - Systèmes complets d'événements. Justifier qu'une famille est un SCE.
  - Définition d'une probabilité (ou fonction probabilité) sur Ω. Modélisation d'une expérience aléatoire par un ensemble Ω et une probabilité $\mathbb{P}$ sur Ω, en particulier signification de $\mathbb{P}(A)$. Propriétés d'une probabilité $\mathbb{P}$.
  - Représentation de certaines expériences aléatoires sous forme d'arbre pondéré. Connaitre la valeur des coefficients associés aux branches.
  - Expériences aléatoires finies (Ω fini) : caractérisation d'une probabilité à l'aide des événements élémentaires, équiprobabilité (des événements élémentaires) et formule $\mathbb{P}(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.
  - Probabilités conditionnelles : définition et signification de $\mathbb{P}_B(A)$, $\mathbb{P}_B$ est une probabilité, démarche bayésienne.
  - Formule des probabilités composées, formules des probabilités totales (deux versions), formule de Bayes.
  - Indépendance d'événements : événements indépendants, épreuves indépendantes, modélisation d'une hypothèse d'indépendance, exemples d'événements indépendants pour $\mathbb{P}_B$ mais non indép. pour $\mathbb{P}$ ou l'inverse.