

Nombre de tirages possibles dans un ensemble à n éléments suivant le mode de tirage

Soit E un ensemble de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$

Nombre d'éléments tirés	Types de tirages	Répétitions	Ordre	Objets combinatoires correspondant	Notations	Nombre de tirages
p	successifs avec remise	autorisées	l'ordre compte	p -uplets de E	$(x_1, x_2, \dots, x_p)$	n^p
p	successifs sans remise	non autorisées	l'ordre compte	p -uplets sans répétition de E	$(x_1, x_2, \dots, x_p)$	$\frac{n!}{(n-p)!} = p! \binom{n}{p}$
n	successifs sans remise	non autorisées	l'ordre compte	permutations de E	$(x_1, x_2, \dots, x_n)$	$n!$
p	simultanés	non autorisées	l'ordre ne compte pas	p -combinaisons de E	$\{x_1, x_2, \dots, x_p\}$	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
quelconque entre 0 et n	simultanés	non autorisées	l'ordre ne compte pas	parties de E	$\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$	2^n

Techniques de dénombrement

On cherche à dénombrer un ensemble fini A .

Dénombrement à l'aide du complémentaire

On doit trouver un ensemble E contenant A . On a alors $\boxed{\text{Card}(A) = \text{Card}(E) - \text{Card}(\overline{A})}$ où $\overline{A}$ est le complémentaire de A par rapport à E .

Dénombrement par découpage

On doit trouver des ensembles $A_1, \dots, A_n$ deux à deux disjoints ($i \neq j \implies A_i \cap A_j = \emptyset$) tels que $x \in A \iff (x \in A_1) \text{ ou } (x \in A_2) \text{ ou } \dots \text{ ou } (x \in A_n)$. On a alors

$$\boxed{\text{Card}(A) = \text{Card}\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) = \sum_{k=1}^n \text{Card}(A_k)}$$

Dénombrement par étapes

Si on peut détailler en p étapes la description de tous les éléments de A , et si pour tout $k \in \llbracket 1, p \rrbracket$, il y a n_k choix possibles à la $k^{\text{ième}}$ étape (n_k **doit être indépendant des choix faits aux étapes précédentes**), alors $\text{Card}(A) = n_1 n_2 \cdots n_p$.

Dénombrement à l'aide de la formule du crible

- On doit trouver E et F tels que $A = E \cup F$. On a alors $\boxed{\text{Card}(A) = \text{Card}(E \cup F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cap F)}$.
- On doit trouver E et F tels que $A = E \cap F$. On a alors $\boxed{\text{Card}(A) = \text{Card}(E \cap F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cup F)}$.