

### Questions de cours

1. Traiter (au choix du colleur) une ou plusieurs des questions suivantes :
  - (a) Écrire avec des symboles mathématiques la définition de  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  avec  $(x_0, \ell) \in \mathbb{R}^2$ .
  - (b) Énoncer sans démonstration le théorème des valeurs intermédiaires.
  - (c) Énoncer sans démonstration le théorème des valeurs extrêmes.
2. Traiter (au choix du colleur) une ou plusieurs des questions suivantes :
  - (a) Énoncer sans démonstration le théorème de la bijection.
  - (b) Définir, en le justifiant, la fonction arctangente. Donner sans justification les propriétés principales de cette fonction.
3. Interroger (au choix du colleur) sur un ou plusieurs points suivants :
  - (a) La limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions dans des cas particuliers.
  - (b) La limite d'une composition de fonctions dans des cas particuliers.
  - (c) Énoncer le théorème de passage à la limite dans une inégalité large.
  - (d) Énoncer le théorème de comparaison (gendarmes et généralisation pour une limite infinie).
  - (e) Définir la continuité d'une fonction en  $x_0$ .
  - (f) Définir la continuité à droite et à gauche d'une fonction en  $x_0$ .
  - (g) Quand dit-on que  $f$  est prolongeable par continuité en  $x_0$ ? Dans ce cas, définir le prolongement par continuité de  $f$  en  $x_0$  (ou sur  $\mathcal{D}_f \cup \{x_0\}$ ).
4. Interroger (au choix du colleur) sur un ou plusieurs points suivants :
  - (a) Définir l'équivalence entre  $f$  et  $g$  en  $x_0$ .
  - (b) Donner les six équivalences usuelles de fonctions.
  - (c) Donner les règles de calcul sur les équivalences de fonctions (5.6 à 5.9).
  - (d) Théorème des croissances comparées pour les fonctions.
  - (e) Donner en le justifiant un équivalent simple de  $\ln(x+1)$  en  $+\infty$ .
  - (f) Donner en le justifiant un équivalent simple de  $\sqrt{x+1}$  en  $+\infty$ .
  - (g) Donner en le justifiant la limite de  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$  en  $+\infty$ .

### Programme

- Python
  - Approximation d'une solution d'une équation  $f(x) = u$  par dichotomie sur  $[a, b]$ . On simplifiera le code python dans les deux cas  $f(a) \leq 0 \leq f(b)$  et  $f(b) \leq 0 \leq f(a)$ . Le colleur pourra demander une explication de l'algorithme sur un dessin.
  - Savoir programmer des jeux de tirage dans une urne (Polya, Erhenfest...) et des modèles d'évolution démographique non déterministes (Wright-Fisher, Galton-Watson,...).
  - Savoir calculer une somme de Riemann pour approcher une intégrale.
  - Calcul de seuil permettant de mesurer la vitesse de convergence ou de divergence.
  - Savoir calculer un terme d'une suite récurrente ( $u_{n+1} = f(u_n)$ ).
  - Représentation graphique de tan et arctan avec `plt.plot(x, np.tan(x))` et `plt.plot(np.tan(x), x)`.
- Suites réelles : tout le chapitre
- Intégration sur un segment : les deux chapitres (calcul et propriétés)
- Limites et continuité : programme précédent et :
  - Continuité sur un ensemble. Continuité des fonctions usuelles sur leur ensemble de définition. Théorèmes d'opérations algébriques et de composition de fonctions continues sur un ensemble.
  - Théorème des valeurs intermédiaires : tout nombre compris entre deux valeurs d'une fonction continue sur un intervalle est aussi une valeur de cette fonction.
  - Théorème des valeurs extrêmes : une fonction continue sur un segment admet un maximum et un minimum.
  - Thm de la bijection : une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle réalise une bijection de cet intervalle sur l'intervalle image.
  - Fonction arctan : définition, ensemble de définition, continuité, sens de variation, valeurs usuelles, limites, parité, courbe et simplification des expressions  $\tan(\arctan x)$  et  $\arctan(\tan x)$ .