Questions de cours

1. Traiter (au choix du colleur) l'une des sept questions suivantes :
   (a) Définir une famille génératrice de E.
   (b) Définir une droite vectorielle et un plan vectoriel.
   (c) Définir une famille libre et donner un critère de liberté lorsque la famille contient un ou deux vecteurs.
   (d) Définir une base et la dimension d'un SEV E de $\mathbb{K}^n$.
   (e) Comment caractériser une base à l'aide de la dimension, de la liberté et de la "généricité" ? (thm 3.8)
   (f) Définir le rang d'une famille de vecteurs. Quel est le lien entre le rang d'une famille de vecteurs et le rang d'une matrice (prop 3.16) ?
   (g) Énoncer les propriétés du rang (thm 3.15).
2. Traiter (au choix du colleur) l'une des sept questions suivantes :
   (a) Définir un SEV de $\mathbb{K}^n$.
   (b) Soit $\mathscr{F}$ une famille de vecteurs de $\mathbb{K}^n$. Définir le SEV $\mathrm{Vect}(\mathscr{F})$.
   (c) Définir les coordonnées de $v \in E$ dans une base $(u_1, \dots, u_p)$ de E.
   (d) Définir la matrice de la famille $(v_1, \dots, v_q)$ de E dans une base $(u_1, \dots, u_p)$ de E.
   (e) Définir la base canonique de $\mathbb{K}^n$ et préciser les coordonnées dans cette base.
   (f) Énoncer les propriétés principales d'une famille libre (prop 3.4).
   (g) Énoncer les propriétés principales d'une famille génératrice de E. (prop 3.2)
3. Traiter (au choix du colleur) l'une des six questions suivantes :
   (a) Définir la dérivabilité de f en x_0.
   (b) Interpréter géométriquement la dérivabilité de f en x_0.
   (c) Si f est dérivable en x_0 donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en x_0.
   (d) Énoncer le théorème d'opérations algébriques de fonctions dérivables. F$^{\text{les}}$
   (e) Énoncer le théorème de composition de fonctions dérivables (formule).
   (f) Donner les dérivées de certaines (au choix du colleur) fonctions usuelles.
4. Traiter (au choix du colleur) l'une des six questions suivantes :
   (a) Énoncer sans démonstration le théorème de Rolle.
   (b) Énoncer sans démonstration le théorème des accroissements finis.
   (c) Énoncer sans démonstration le théorème de la dérivée de la réciproque.
   (d) Énoncer sans démonstration le théorème qui relie le signe de la dérivée à la stricte monotonie d'une fonction sur un intervalle (4.2).
   (e) Définir une fonction de classe C^n (resp. C^∞) sur un intervalle.
   (f) Donner sans démonstration les formules de la dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'une inverse, d'un quotient de fonctions dérivables.

Programme

- Python
  - — Savoir programmer des jeux de tirage dans une urne (Polya, Erhenfest...) et des modèles d'évolution démographique non déterministes (Wright-Fisher, Galton-Watson,...).
  - — Savoir calculer une somme de Riemann pour approcher une intégrale.
  - — Calcul de seuil permettant de mesurer la vitesse de convergence ou de divergence.
  - — Savoir calculer un terme d'une suite récurrente ($u_{n+1} = f(u_n)$).
  - — Représentation graphique de tan et arctan avec `plt.plot(x,np.tan(x))` `plt.plot(np.tan(x),x)`.
  - — Dérivation numérique : approximation de $f'(x)$ par $\frac{f(x+t)-f(x)}{t}$ pour une petite valeur de t (si l'expression de f est inconnue ou compliquée).
  - — Détermination pratique du rang d'une matrice représentée par un tableau *numpy* avec la fonction `np.linalg.matrix_rank`.

- Dérivabilité : tout le chapitre

- Sous-espaces vectoriels de $\mathbb{K}^n$
  - — Définition d'un SEV de $\mathbb{K}^n$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). Combinaisons linéaires. Intersection de deux SEV.
  - — Exemples de SEV de $\mathbb{K}^n$: $\{0_{\mathbb{K}^n}\}$, $\mathbb{K}^n$, droites et plans vectoriels.
  - — SEV engendré par une famille de vecteurs, famille génératrice d'un SEV.
  - — Caractérisation d'un SEV de $\mathbb{K}^n$ par une famille génératrice, une représentation paramétrique, un système d'équations linéaires homogènes (abusivement appelées équations cartésiennes). Savoir passer d'une de ces caractérisations aux deux autres.
  - — Familles libres et familles liées.
  - — Base et dimension d'un SEV. Base canonique de $\mathbb{K}^n$.
  - — Liens entre le nombre de vecteurs d'une famille de E et $\dim(E)$ dans les deux cas : 1) la famille est libre, 2) la famille est génératrice de E.
  - — Si le nombre de vecteurs de $\mathscr{F}$ est égal à la dimension de E et que $\mathscr{F}$ est libre **ou** génératrice de E alors $\mathscr{F}$ est une base de E.
  - — Coordonnées d'un vecteur dans une base. Matrice d'une famille de vecteurs dans une base.
  - — Rang d'une famille finie de vecteurs. Lien entre le rang, le nombre de vecteurs, le caractère libre et le caractère générateur de E d'une famille.
  - — Détermination pratique du rang d'une famille de vecteurs d'un SEV E : par extraction de vecteur(s) CL des autres ou par échelonnement de la matrice de cette famille dans une base de E. Opérations sur les colonnes autorisées.