

Exercice 1 Étude d'un appareil photo jetable

A Étude de la partie optique

A.1 Conditions de Gauss

A.1.1 Les rayons incidents sont peu inclinés et peu éloignés de l'axe optique.

A.1.2 On se place dans les conditions de Gauss pour avoir un stigmatisme et un aplanétisme approché.

A.1.3 En pratique, on concentre les rayons lumineux vers le centre du système optique ou, on utilise un diaphragme pour respecter les conditions de Gauss au détriment de la luminosité.

A.2 L'image d'un objet réel à travers une lentille divergente est virtuelle. La lentille L servant d'objectif est donc une lentille convergente.

A.3 Si l'objet est à l'infini, son image se formera dans le plan focal image de la lentille. Il faut donc mettre la pellicule dans ce plan, soit $d = f'$

A.4 $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{X/2}{f'}$ soit $X = 2 \tan \alpha f' = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

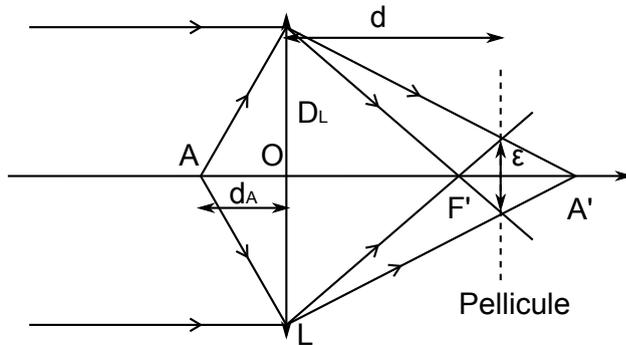
A.5

A.5.1 D'après la relation de conjugaison de Descartes on a : $\frac{1}{OA'} + \frac{1}{d_A} = \frac{1}{f'}$ car $d = -\overline{OA}$, soit $\overline{OA'} = \frac{d_A f'}{d_A - f'}$.

A.5.2 D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{D_{A'}}{D_L} = \frac{\overline{OA'} - f'}{\overline{OA'}}$ et d'après la question précédente, on a : $\overline{OA'} - f' = \frac{f'^2}{d_A - f'}$ soit : $D_{A'} = D_L \frac{f'}{d_A}$

A.6 Cela revient à dire $D_{A'} = \epsilon$, soit d'après la relation précédente : $d_A = \frac{D_L f'}{\epsilon}$. L'application numérique donne $d_A = 3,0 \text{ m}$

A.7



A.7.1

A.7.2 D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{D_L}{\epsilon} = \frac{f'}{d - f'}$ soit $d = f' + \frac{f' \epsilon}{D_L} = 3,03 \text{ cm}$

A.7.3 À partir de la relation de Thalès on détermine la position de A' : $\frac{\overline{OA'}}{D_L} = \frac{\overline{OA'} - d}{\epsilon}$ soit $\overline{OA'} = \frac{d D_L}{D_L - \epsilon}$ et d'après la relation de conjugaison de Descartes on a : $\frac{1}{d_A} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{\overline{OA'}}$ soit $d_A = \frac{f' \overline{OA'}}{\overline{OA'} - f'}$ et en remplaçant $\overline{OA'}$, on obtient $d_A = \frac{f' d D_L}{d D_L - f' (D_L - \epsilon)} = 1,5 \text{ m}$. On obtient alors une photo nette lorsque l'objet est situé au delà de 1,5 m de la pellicule. On a augmenté la profondeur de champ de l'appareil photo.

Exercice 2 Onde progressive sinusoïdale sonore et ultrasonore

A Étude d'une onde sonore

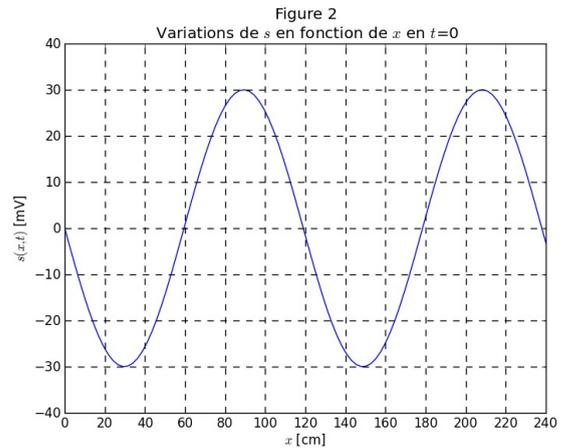
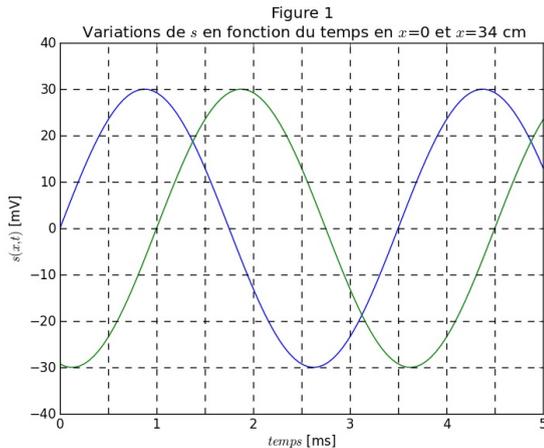
A.1 On a $k = \frac{\omega}{c}$. Le produit kx étant sans dimension $[k] = L^{-1}$ ($k = 2\pi/\lambda$).

A.2 D'après l'oscillogramme on mesure $2A = 60 \text{ mV}$ (amplitude crête à crête) soit $A = 30 \text{ mV}$. La période T est mesurée entre les instants $t = 0$ et l'intersection du signal avec les axes des abscisses (front montant), on obtient $T = 3,5 \text{ ms}$ soit $f = 1/T = 2,9 \times 10^2 \text{ Hz}$. Pour le déphasage à l'origine, on $s(0, t) = 0 \text{ V}$ soit $\cos \varphi = 0$ et le signal est croissant en $t = 0$ soit $\frac{dy}{dt}(0) = -A \sin \varphi = 0$ ainsi $\varphi = -90^\circ$. On peut aussi reconnaître que le signal est de la forme $s(0, t) = A \sin(\omega t)$.

A.3 La longueur d'onde est donnée par $\lambda = cT = 1,2$ m. Le retard temporel correspondant à une progression de l'onde de $\Delta x = 34$ cm est $\Delta t = 1,0$ ms.

A.4 On reproduit le même signal décalé de Δt vers la droite puisque l'onde est progressive.

A.5 La largeur du graphique correspond à deux longueur d'onde et $s(0, 0) = 0$ d'après la figure 1.



B Mesure de la célérité du son à l'aide d'une onde ultrasonore

B.1 La phase du signal reprenant la même valeur que dans la position initiale, le capteur a donc été déplacé d'une longueur d'onde.

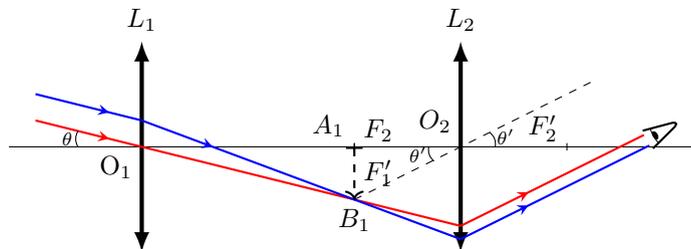
B.2 Au bout de 10 coïncidences de phase successives, le déplacement du capteur est de 10 longueurs d'onde. On en déduit donc $\lambda = d/10 = 8,6$ mm. La valeur de la célérité du son mesurée est donc $c = \lambda f = 3,4 \times 10^2$ m s⁻¹.

B.3 L'incertitude relative sur la valeur de la longueur d'onde est : $\frac{u(\lambda)}{\lambda} = \frac{u(d)}{d} = 4,7 \times 10^{-2}$ avec $u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$. $u(c) = 9$ m s⁻¹. On en déduit : $c = 344 \pm 9$ m s⁻¹ (on ajuste le nombre de chiffres significatifs à la valeur de l'incertitude obtenue).

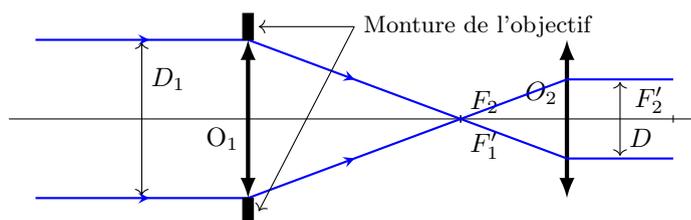
B.4 Pour améliorer la précision de la mesure, il suffit de mesurer une distance d correspondant à un nombre plus important de longueurs d'onde (par exemple 20). La demie-étendue associée à la mesure de distance restera presque inchangée ce qui conduira à une diminution de l'incertitude relative sur la valeur de λ .

Exercice 3 Lunette astronomique

- Un œil emmétrope n'accommode pas lorsqu'il observe des objets à l'infini (punctum remotum). La lunette conjugue un objet à l'infini en une image à l'infini : $A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$; le foyer image de l'objectif doit être alors confondu avec le foyer objet de l'oculaire. La distance entre l'objectif et l'oculaire est égal à la somme des distances focales f'_1 et f'_2 . Ce système est dit afocal et ne possède pas de foyer (objet ou image).
- construction :

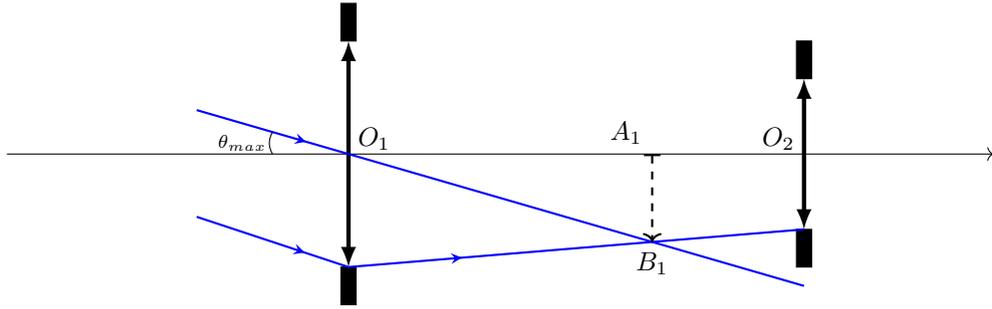


- D'après la figure ci-dessus : $\theta = \frac{A_1 B_1}{f'_1}$ ($\theta < 0$) et $\theta' = -\frac{A_1 B_1}{f'_2}$ ($\theta' > 0$). Le grossissement de la lunette s'écrit alors $G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f'_1}{f'_2} = -50$.
- construction :



- D'après le théorème de Thalès $\frac{D}{D_1} = \frac{f'_2}{f'_1}$. Soit $D = D_1 \frac{f'_2}{f'_1} = \frac{D_1}{|G|}$

6. L'application numérique donne $D = 2,0$ mm. Ce diamètre étant inférieur à D_2 , le diaphragme d'ouverture limite le faisceau et non l'oculaire de diamètre D_2 .
7. construction :



Si les rayons incidents sont trop inclinés, un rayon incident passant par l'objectif ne passe plus par l'oculaire (cf figure). En utilisant la figure on obtient $\theta_{max} = \frac{A_1 B_1}{f'_1}$ et $A_1 B_1 = \frac{D_2}{2} + \frac{D_1 - D_2}{2(f'_1 + f'_2)} f'_2 = \frac{D_2 f'_1 + D_1 f'_2}{2(f'_1 + f'_2)}$ soit

$$\theta_{max} = \frac{D_2 f'_1 + D_1 f'_2}{2 f'_1 (f'_1 + f'_2)}. \text{ On dit de la monture de l'oculaire qu'elle est le diaphragme de champ de la lunette.}$$

8. L'aberration chromatique provient du fait que l'indice du verre (et donc la vitesse de propagation de la lumière dans le verre) dépend de la longueur d'onde. Le foyer image d'un rayonnement bleu est distinct de celui d'un rayonnement rouge. On parle alors de milieu dispersif.

Exercice 4 Microscopie optique

A Pouvoir de résolution de l'oeil humain

A.1 Les objets sont à l'infini (pas d'accommodation) donc l'image des deux objets se forme dans le plan focal image, et la distance séparant les deux images est $\Delta X = 2f' \tan(\alpha/2) \approx f' \alpha$.

Il y a N cônes dans un mètre carré, donc la surface d'un cône est $1/N \text{ m}^2$, donc la dimension d'un côté d'un cône, en les supposant carré, est $d \approx \frac{1}{\sqrt{N}}$.

Pour que les objets soient distinguables, il faut que ΔX soit supérieur à d , d'où $\alpha > \alpha_1 = \frac{1}{f' \sqrt{N}}$.

A.N. : $\alpha_1 \approx 0,5$ minute d'arc.

A.2 En utilisant le critère de Rayleigh : pour que les deux objets soient distinguables, il faut que la distance $\Delta X \approx f' \alpha$ séparant les centres des deux taches de diffraction soit supérieure à la demi-largeur $\Delta X' = f' \theta$ de l'une de ces taches.

$$\text{D'où : } \alpha > \theta = \alpha_2 = \frac{1,22 \bar{\lambda}}{D}.$$

A.N. : $\alpha_2 \approx 0,7$ minute d'arc $> \alpha_1$. C'est la diffraction qui semble être limitante dans la résolution de l'œil.

A.3 On se place au punctum proximum PP : $a_1 \approx \alpha_2 PP$, soit $a_1 \approx 73 \mu\text{m}$. C'est de l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'un cheveu.

B Microscope de Van Leeuwenhoek

B.1 En refaisant le schéma du texte, on voit que les rayons vont avoir tendance après traverser de la lentille à se rapprocher de l'axe, ce qui permet d'avoir un grossissement angulaire supérieur à 1 et donc de jouer le rôle de microscope.

B.2 En considérant la perpendiculaire à la droite IJ passant par C , on obtient deux triangles identiques, donc $r_2 = r_1$ et par suite $i_1 = i_2$.

En notant H' le projeté de I sur l'axe z , et en se plaçant dans le triangle $H'IC$, il vient : $\sin i_1 = \frac{x}{R}$, d'où en linéarisant : $i_1 = \frac{x}{R}$.

En travaillant sur les angles, nous obtenons : $i_1 - r_1 + \beta_r = r_2$, d'où $\beta_r = 2r_1 - i_1$, soit $\beta_r = i_1 \left(\frac{2}{n} - 1 \right)$ ou encore $\beta_r = \left(\frac{2}{n} - 1 \right) \frac{x}{R}$.

$$\text{De la même façon : } \beta = i_2 - r_2 + i_1 - r_1 = i_1 - \beta_r = 2(i_1 - r_1) = 2 \frac{n-1}{n} \frac{x}{R}.$$

Sachant que les rayons incidents et émergents se coupent dans un plan passant par C , nous obtenons immédiatement : $\frac{x}{CF'} = \tan \beta \approx \beta$, d'où $CF' = f'_L = \frac{nR}{2(n-1)}$.

A.N. : $f'_L = 0,9$ mm.

B.3 $\overline{AC} + \overline{CA'} = \ell$, d'où $\overline{CA'} = \overline{CA} + \ell$. En injectant ceci dans la formule de conjugaison, il vient : $\frac{1}{\overline{CA} + \ell} - \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{1}{f'}$, soit après calcul $\overline{CA}^2 + \overline{CA}\ell + \ell f'_L = 0$.

Le fait que le grandissement soit en valeur absolue supérieure implique $\overline{CA'} > \overline{AC}$, d'où $\overline{AC} < \ell/2$. La résolution de l'équation précédente donne par conséquent $\overline{CA} = -\frac{\ell}{2} + \frac{\sqrt{\ell^2 - 4\ell f'_L}}{2}$ d'où $\overline{CA'} = \frac{\ell}{2} + \frac{\sqrt{\ell^2 - 4\ell f'_L}}{2}$.

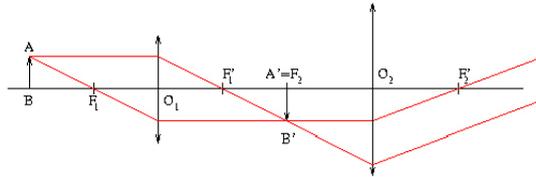
Si $\ell \gg 4f'_L$, on peut faire des développements limités des racines ci-dessus :

$\overline{CA} \approx -f'_L$ et $\overline{CA'} \approx \ell$, et on aboutit à $\gamma \approx -\frac{\ell}{f'_L}$.

C Un microscope optique « classique »

C.1 Ordre de grandeur d'un globule sanguin : environ $10^{-5} m$, d'une structure cristalline : environ $10^{-9} m$, d'un atome : environ $10^{-10} m$. Si on veut pouvoir observer à peu près correctement ces objets le pouvoir de résolution devrait être environ de d'un dixième de ces valeurs.

C.2



C.3 Interprétation de la notice constructeur

C.3.1 L'angle sous lequel on voit un objet à l'infini à travers l'oculaire est $\alpha' = \frac{AB}{O_2F'_2}$. L'angle sous lequel on voit un objet à l'oeil nu à la distance minimale de vision est $\alpha = \frac{AB}{\delta}$. Le grossissement commercial est donc de $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\delta}{f'_2}$ soit $f'_2 = \frac{\delta}{G} = 2,5 \text{ cm}$

C.3.2 L'image de l'objet par le microscope étant à l'infini, l'image par l'objectif de cet objet est dans le plan focal objet de l'oculaire : $A \xrightarrow{L_1} A' \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$. Le grandissement de l'objectif est donné par $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{F'_1A'}{F'_1O_1} = -\frac{\Delta}{f'_1}$, soit $f'_1 = \frac{\Delta}{|\gamma|} = 0,40 \text{ cm}$. D'autre part $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{O_1F_2}{O_1A}$ d'où

$$\overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1F_1} + \overline{F'_1F_2}}{\gamma} = \frac{f'_1 + \Delta}{-|\gamma|} = -0,41 \text{ cm}$$

C.3.3 On vient de calculer la position de l'objet quand l'oeil accommode à l'infini. Si l'oeil regarde à une distante de δ à travers le microscope alors l'objet A est tel que : $A_1 \xrightarrow{L_1} A_2 \xrightarrow{L_2} A_3$ avec $\overline{A_3F'_2} = \delta$. Comme $\overline{F_2A_2} \cdot \overline{F'_2A_3} = -f_2'^2$ et $\overline{F'_1A_2} \cdot \overline{F_1A_1} = -f_1'^2$, $\overline{F_1A_1} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F'_1F_2} + \overline{F_2A_2}} = -\frac{f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'^2}{\delta}}$ d'où $\overline{O_1A_1} = -f_1' - \frac{f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'^2}{\delta}}$. La latitude de mise au point est donc égale à $l = \overline{O_1A_1} - \overline{O_1A} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. La mise au point doit donc être faite de manière très précise.

C.3.4 Dans le cas d'une image finale à l'infini, on a $G_m = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{A'B'}{f'_2}}{\frac{A'B'}{\delta}}$ soit $G_m = |\gamma| \frac{\delta}{f'_2} = 4,0 \times 10^2$

C.4 Si l'objectif est plongé dans l'air alors $n = 1$, d'où $\sin u = 0,65$ et $u = 41^\circ$. Les rayons arrivant sur l'objectif avec un angle d'incidence important, le microscope n'est pas utilisé dans les conditions de Gauss. L'aberration à corriger est l'aberration de sphéricité : les rayons ne convergent pas au même point selon qu'ils traversent la lentille près ou loin de son axe. L'image A' de A est entourée d'un halo dû aux rayons éloignés de l'axe. Cette aberration est réduite en canalisant progressivement la lumière par plusieurs lentilles successives, chacune travaillant sous incidence voisine de la normale et déviant plus faiblement les rayons. Le diamètre de l'objectif est : $D = 2O_1A \tan u$ soit $D = 7,0 \text{ mm}$.

C.5 Le cercle oculaire étant l'image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire on a donc, si C est la position du cercle oculaire : $\overline{F'_2C} \cdot \overline{F_2O_1} = -f_2'^2$, d'où $\overline{F'_2C} = \frac{f_2'^2}{\Delta + f_1'}$ soit $\overline{F'_2C} = 0,38 \text{ cm}$. La taille du cercle D' est telle que $\frac{D'}{D} = \frac{f_2'}{\Delta + f_1'}$ soit $D' = 1,1 \text{ mm}$. Le cercle oculaire étant le plus petit cercle par où émerge tous les rayons c'est celui où l'oeil recueille toute la lumière. Un grossissement élevé ne va pas améliorer le pouvoir séparateur qui est limité par la diffraction.