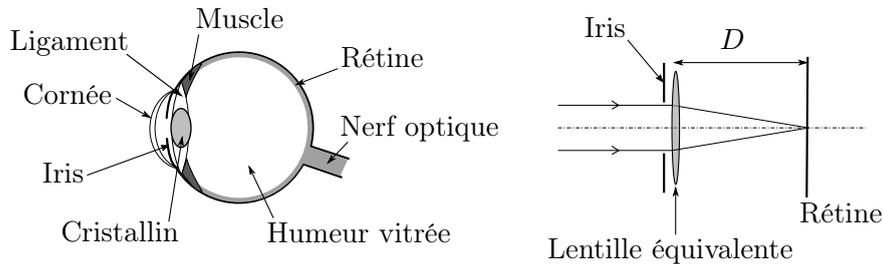


Correction du devoir surveillé n° 2

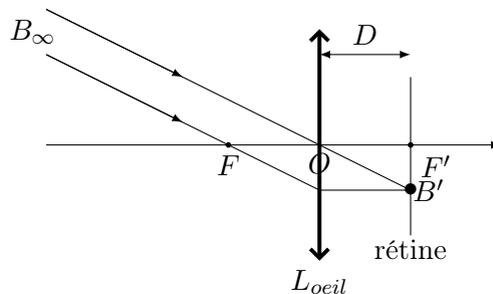
Problème 1 Imagerie

A L'œil

A.1



A.2 On considère un objet AB tel que B soit en dehors de l'axe (un objet sur l'axe est un cas particulier).



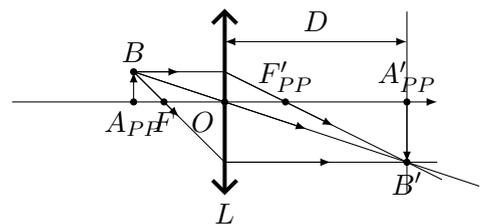
$$f'_{\infty} = D$$

A.3 vision au punctum proximum

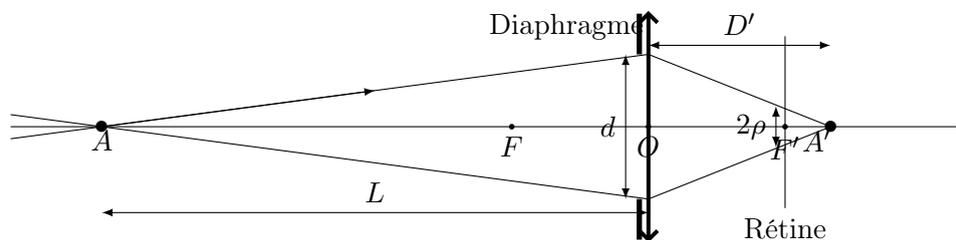
On applique la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{OA'_{PP}} - \frac{1}{OA_{PP}} = \frac{1}{f'_{PP}} \text{ avec } OA'_{PP} = D, OA_{PP} = -\delta,$$

$$\text{soit } f'_{PP} = \frac{D\delta}{D + \delta} = 14 \text{ mm}$$



A.4 Pour un objet situé à une distance L de l'œil, l'image A' se situe à une distance $\overline{OA'} = D' = \frac{Lf'_{\infty}}{L - f'_{\infty}}$ (derrière le foyer image).

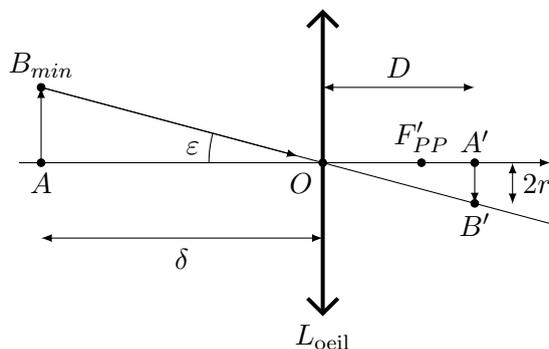


D'après le théorème de Thalès $\frac{d}{2\rho} = \frac{D'}{D' - f'_{\infty}} = \frac{L}{f'_{\infty}}$. On cherche la distance L_0 telle que pour $L = L_0$,

$\rho = r$, soit $L_0 = \frac{f'_{\infty}d}{2r}$. On vérifie que si d augmente, la profondeur de champ diminue.

A.5 Pour $d = 2,0 \text{ mm}$, $L_0 = 6,0 \text{ m}$ alors que pour $d = 8,0 \text{ mm}$, $L_0 = 24 \text{ m}$. On peut donc observer un objet à 6 m sans accommoder lorsque l'éclairage est suffisant alors que dans des conditions d'obscurité (pupille ouverte) une accommodation est nécessaire.

A.6 Pour une vision au punctum proximum, on peut distinguer deux objets s'ils se forment sur des cellules rétiniennes différentes : $\tan \varepsilon = \frac{AB_{min}}{\delta} = \frac{2r}{D}$ soit $AB_{min} = \frac{2\delta r}{D} = 8,3 \times 10^{-5} \text{ m}$. On retrouve une valeur proche du dixième de mm, ce qui est tout à fait cohérent.

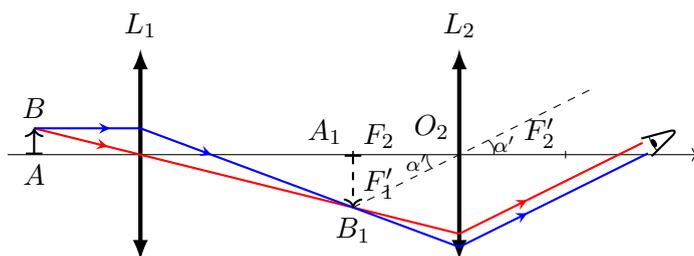


B Le microscope

B.1 L'approximation de Gauss consiste à considérer des rayons peu inclinés et peu écartés de l'axe optique. On se place dans cette approximation pour envisager un stigmatisme et un aplanétisme approché.

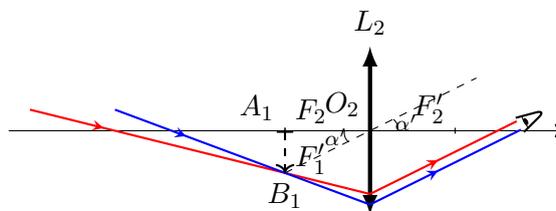
B.2 Ce réglage (observation à l'infini) permet d'observer les images sans fatigue d'accommodation.

B.3 $A \xrightarrow{L_1} A' \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$



B.4 L'angle sous lequel on voit un objet à l'infini à travers l'oculaire est $\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2}$. L'angle sous lequel on voit un objet à l'œil nu à la distance minimale de vision est $\alpha = \frac{A_1B_1}{\delta}$ (cf question A.6).

L'image étant à l'infini, la taille de l'image est théoriquement infini, c'est pour cela qu'on n'utilise pas le grandissement mais le grossissement.



Le grossissement commercial est donc de $G_2 = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\delta}{f_2}$ soit $f_2 = \frac{\delta}{G_2} = 2,5 \text{ cm}$

B.5 Le grandissement de l'objectif est donné par $\gamma_1 = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{F_1A_1}{F_1O_1} = -\frac{\Delta}{f_1}$, soit $f_1 = \frac{\Delta}{|\gamma_1|} = 0,43 \text{ cm}$.

B.6 $G_c = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ avec $\alpha' = G_2 \frac{A_1B_1}{\delta}$ et $\alpha = \frac{AB}{\delta}$. On a alors $G_c = G_2 \gamma_1 = 400$.

B.7 $\sin \alpha = \frac{ON}{n}$ soit $\alpha = \arcsin \frac{ON}{n} = 49^\circ$ dans l'air. Les conditions de Gauss ne sont pas respectés. On peut plonger l'objectif dans un liquide pour limiter α et respecter davantage les conditions de Gauss. Il existe également des dispositifs permettant de canaliser progressivement la lumière par plusieurs lentilles successives, chacune travaillant sous incidence voisine de la normale et déviant plus faiblement les rayons (pas de diaphragme sur un microscope...).

B.8 En reprenant la valeur numérique de l'ouverture numérique, et en considérant une longueur d'onde moyenne $\lambda = 6 \times 10^2 \text{ nm}$ on obtient pour la résolution spatiale $\varphi = 0,5 \mu\text{m}$.

B.9 D'après les questions précédentes, en utilisant un microscope on peut visualiser des objets 1000 fois plus petit sans accommoder.

Problème 2 Échographie

A Principe de l'échographie

A.1 $\lambda = c/f$. Ainsi $7,5 \times 10^{-5} \text{ m} < \lambda < 7,5 \times 10^{-4} \text{ m}$. Les détails observés seront moins visibles qu'au microscope optique.

A.2 On mesure sur le graphique la tension crête à crête en traçant les horizontales passant par les valeurs maximales et minimales du signal. On obtient alors $U_m = 4,2 \text{ mV}$ (les incertitudes de mesures sur la règle gradué conduisent à considérer deux chiffres significatifs). Pour déterminer **la pulsation** ω , on mesure deux périodes sur le graphique à partir du moment où le signal passe par 0 en passant par un front descendant. On obtient $T' = 2,0 \times 10^{-7} \text{ s}$, soit $\omega = \frac{2\pi}{T'} = 31 \times 10^6 \text{ rad s}^{-1}$. (soit une fréquence $f = 5,0 \times 10^6 \text{ Hz}$ ce qui est conforme à l'encadrement annoncé). Pour déterminer la valeur de φ , on exploite $u_1(x = 0, t = 0) = u_0 = U_m \cos \varphi$ et le fait que $\frac{du_1}{dt}(t = 0, x_1 = 0) = -U_m \omega \sin \varphi$ est négatif, soit un angle φ positif. On a ainsi $\varphi = \arccos\left(\frac{u_0}{U_m}\right) = 62^\circ$.

A.3 En continu, on pourrait exploiter les déphasages entre le signal reçu et le signal émis uniquement si les distances parcourues par l'onde reste faible devant la longueur d'onde. Dans le cas contraire, la détermination du déphasage ne nous renseigne pas de la distance parcourue (il s'écoule un nombre inconnu de périodes entre le signal émis et le signal reçu).

A.4 L'onde ultrasonore parcourt la distance $2d$ soit $t_i = \frac{2d}{c_i}$ et $d = \frac{c_i t_i}{2}$

A.5 L'écho ne doit pas être reçu avant que la sonde finisse d'émettre soit $t_i > \tau$ et $d > d_m$ avec $d_m = \frac{c_i \tau}{2}$. De la même façon $t_i < T$ soit $d < d_M$ avec $d_M = \frac{c_i T}{2}$.

B Exploitation d'une échographie de l'œil

B.1 Les ondes ultrasonores sont des ondes mécaniques longitudinales.

B.2 $\lambda_{hv} = \frac{c_{hv}}{f} = 1,5 \times 10^{-4} \text{ m}$

B.3 Les échos ont lieu suite à la réflexion au niveau des différentes interfaces :

- Le premier écho correspond au signal qui revient en O après une réflexion au niveau de l'interface entre la cornée et l'humeur aqueuse (point A).
- Le deuxième écho correspond au signal qui revient en O après une réflexion entre l'humeur aqueuse et le cristallin (point B).
- troisième écho : interface entre le cristallin et l'humeur vitrée (point C).
- quatrième écho : signal qui revient en O après réflexion au niveau de la rétine (point R).



B.4 On va déterminer la longueur de l'œil L en déterminant les 4 distances précédentes $L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4$. On appelle τ_1, τ_2, τ_3 et τ_4 les quatre durées du tableau.

- Calcul de L_1 entre la cornée et l'humeur aqueuse (le signal se propage et se réfléchit dans la cornée à la vitesse v_{co}) : $L_1 = \frac{v_{co} \tau_1}{2}$
- Calcul de L_2 entre l'humeur aqueuse et le cristallin (propagation dans l'humeur aqueuse) : $L_2 = \frac{v_{ha}(\tau_2 - \tau_1)}{2}$.
- Calcul de L_3 entre le cristallin et l'humeur vitrée (propagation dans le cristallin) : $L_3 = \frac{v_{cr}(\tau_3 - \tau_2)}{2}$.
- Calcul de L_4 entre le cristallin et la rétine (propagation dans l'humeur vitrée) : $L_4 = \frac{v_{hv}(\tau_4 - \tau_3)}{2}$.

L'application numérique de la somme de ces longueurs conduit à $L = 21,0 \text{ mm}$. Cette longueur étant inférieure à 22 mm , cet œil est hypermétrope.

C Échographie Doppler

C.1 $s_e(t) = A \cos(2\pi f_{em}t)$ (phase à l'origine nulle).

C.2 $s_r(t, x) = A \cos(2\pi f_{em}(t - x/c))$. Le récepteur se déplace à vitesse constante, sa position s'écrit $x(t) = D - vt$. En remplaçant x dans le signal reçu on identifie $f_{rec} = f_{em}(1 + v/c)$.

C.3 $\Delta f = f_{rec} - f_{em} = f_{em} \frac{v}{c}$

C.4 Un premier effet Doppler se produit au moment de la réception sur les globules du sang, puis ce signal est réémis par ces globules sanguins à la vitesse v , ce qui va conduire à une nouvelle modification de la fréquence reçue par la sonde échographique. On a ainsi $f_{rse} = f_{em}(1 + v/c)^2$; en considérant $v/c \ll 1$ $f_{rse} = f_{em}(1 + \frac{2v}{c})$. On vérifie ainsi que l'écart de fréquence entre les signaux émis et reçus par la sonde échographique s'écrit : $\Delta f_{tot} \approx f_{em} \frac{2v}{c}$.

C.5 Si on considère une onde ultrasonore de fréquence $f_{em} = 2,0 \text{ MHz}$ se propageant dans un milieu à la vitesse $c = 1,5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ et un réflecteur se déplaçant à la vitesse $v = 5,0 \text{ cm s}^{-1}$, on obtient $\Delta f_{tot} = 1,3 \times 10^2 \text{ Hz}$.

C.6 On constate un sens d'écoulement opposé dans l'artère (SFA) et dans la veine (SFV) avec des vitesses d'écoulement proches. L'écoulement est uniforme en dehors d'une couche limite au voisinage des parois. Au voisinage des parois, la vitesse de l'écoulement est nulle ce qui peut être expliqué par la viscosité du sang.

Problème 3 Étude d'un système autofocus d'appareil photo numérique

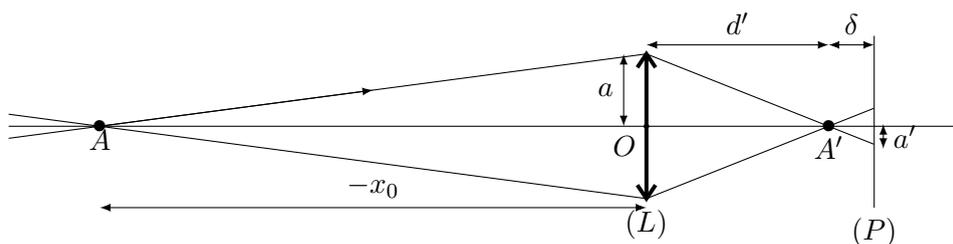
A Mise au point

A.1 On applique la relation de conjugaison de Descartes avec $\overline{OA_0} = x_0$, $\overline{OA} = d'$ soit $d' = \frac{f'_0 x_0}{f'_0 + x_0} = 0,11 \text{ m}$. L'image est très proche du plan focal image de la lentille quelle distance d' et on peut assimiler P_0 à F' car la distance x_0 est très grande devant la distance focale.

A.2 La relation de grandissement permet de déterminer la taille h' de l'image : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{f'_0}{f'_0 + x_0}$.

L'image est retournée et $h' = \left| \frac{f'_0 h}{f'_0 + x_0} \right| = 5,3 \text{ mm}$.

A.3 On peut reprendre le schéma fourni dans l'introduction du problème...



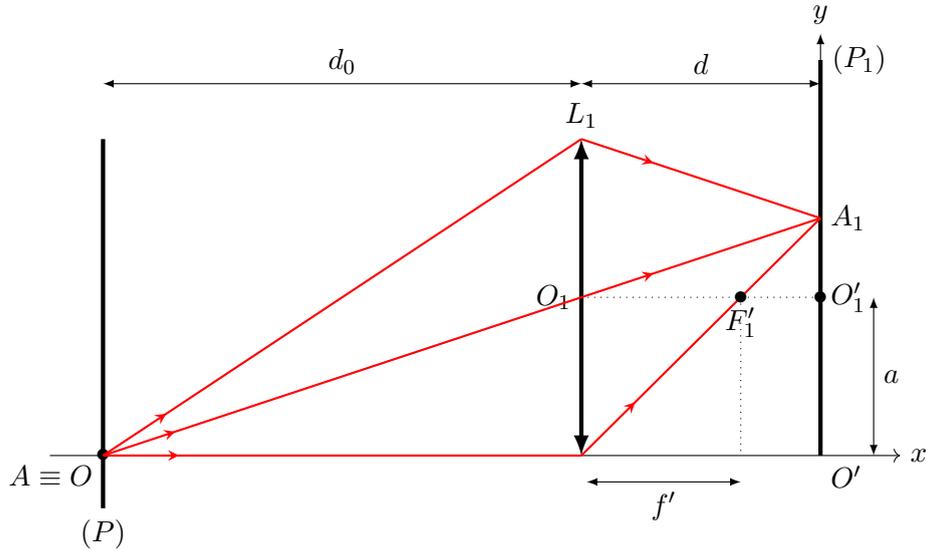
D'après le théorème de Thalès : $\frac{a'}{\delta} = \frac{a}{d'}$ soit $a' = \frac{\delta a}{d'} = 2,4 \text{ mm}$.

A.4 La surface d'un pixel est égale à la surface du récepteur (s) sur le nombre de pixels (N). En supposant les pixels carré de côté c , on a $c = \sqrt{s/N} = 1,0 \times 10^{-5} \text{ m}$. Pour que l'image soit nette, la tâche lumineuse doit se situer sur un seul pixel soit $a' < \frac{c}{2}$ et sachant que $a' = \frac{\delta a}{d'}$, on a ainsi $\delta < \frac{cd'}{2a}$. L'application numérique donne : $\delta < 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}$. La position du capteur doit donc être placée très précisément.

B Principe simplifié de l'autofocus

B.1 On applique à nouveau la relation de conjugaison : $\frac{1}{d} - \frac{1}{-d_0} = \frac{1}{f'}$, soit $d = \frac{f'd_0}{d_0 - f'}$.

B.2 Le rayon qui passe par A et O_1 n'est pas dévié, le rayon qui longe l'axe (Ox) (bord inférieur de L_1) émerge en passant par F'_1 . Le rayon qui passe par le bord supérieur émerge en passant par l'intersection des deux rayons émergents précédents.

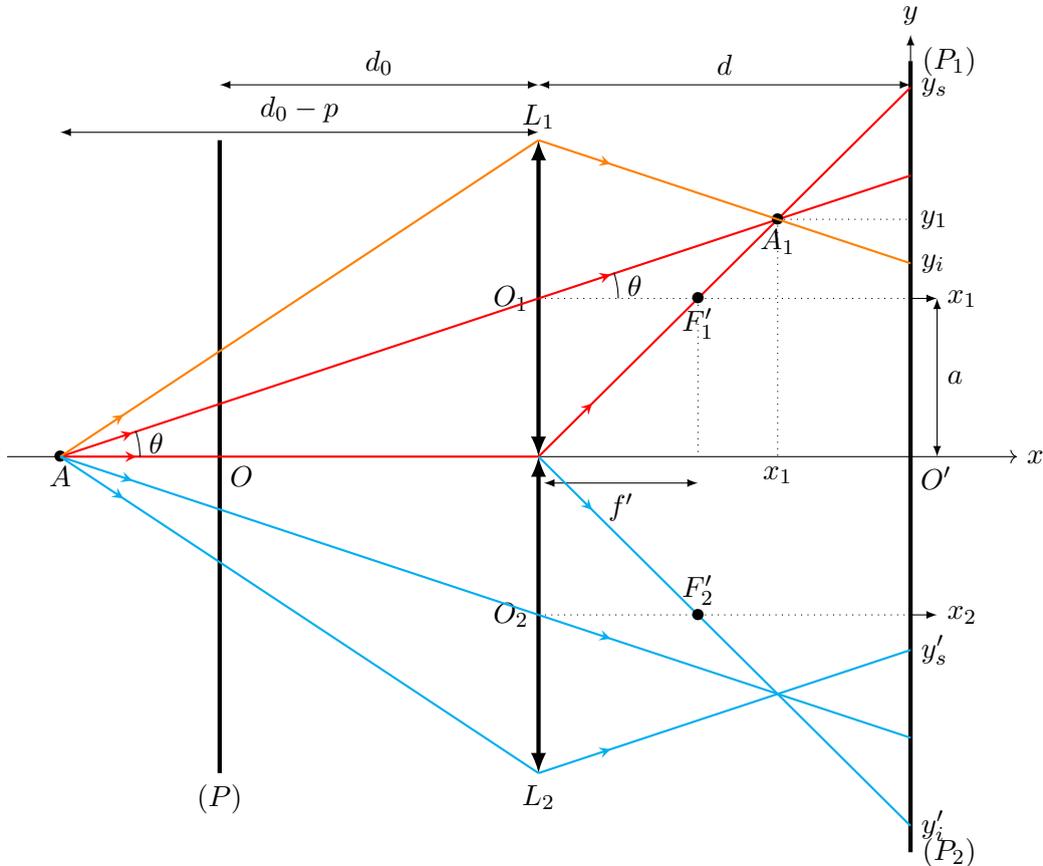


B.3 Dans les triangles $O_1O'_1A_1$ et OO_1B : $\frac{O'_1A_1}{d} = \frac{a}{d_0}$, soit $y_1 = O'A_1 = O'O'_1 + O'_1A_1 = a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)$.

De la même façon $y_2 = -y_1 = -a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)$

B.4 $\Delta\Phi_0 = y_1 - y_2 = 2a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)$

B.5 La rayon AO_1 n'est pas dévié et le rayon qui longe l'axe (Ox) émerge en passant par F'_1 . On obtient A_1 par l'intersection de ces deux rayons émergents (rayons rouges).



$$\tan \theta = \frac{y_1 - a}{x_1} = \frac{a}{d_0 - p} \text{ soit } y_1 = a + \frac{ax_1}{d_0 - p}.$$

B.6 Tous les rayons issus de A émergent en A_1 (voir figure ci-dessus).

B.7 D'après le théorème de Thalès : $\frac{y_s}{d} = \frac{y_1}{x_1}$ soit $y_s = \frac{d}{x_1}y_1$ et toujours d'après le théorème de Thalès

$\frac{y_s - y_i}{2a} = \frac{d - x_1}{x_1} = \frac{d}{x_1} - 1$. En utilisant l'expression de y_s , on en déduit que $y_i = 2a \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) + \frac{y_1 d}{x_1}$.

B.8 La symétrie du dispositif permet de montrer que $y_i = -y'_s$. $\Delta\Phi = y_s + y_i = 2a + \frac{2ad}{d_0 - p}$. On vérifie que quand $p = 0$, $\Delta\Phi = \Delta\Phi_0$.

B.9 $\Delta^2\Phi = \Delta\Phi - \Delta\Phi_0 = 2ad \left(\frac{1}{d_0 - p} - \frac{1}{d_0}\right) = \frac{2adp}{d_0(d_0 - p)}$. Si $p \ll d_0$, on obtient $\Delta^2\Phi = \frac{2adp}{d_0^2}$

B.10 On résout l'équation de la question précédente (seul p est inconnu). On obtient alors $p = 2,0 \times 10^{-2}$ m. p est positif, il faut donc traduire (P) de 2,0 cm vers la droite pour amener le plan (P) au niveau du point A .