

Problème 1 : La marée

On appelle marée la variation temporelle du niveau des mers et des océans terrestres due à l'interaction gravitationnelle entre la Terre, la Lune et le Soleil. La marée est un phénomène complexe dont la modélisation nécessite une connaissance précise des paramètres orbitaux du système Terre-Lune-Soleil mais aussi des caractéristiques géométriques des bassins océaniques et maritimes. Le but de cet exercice est



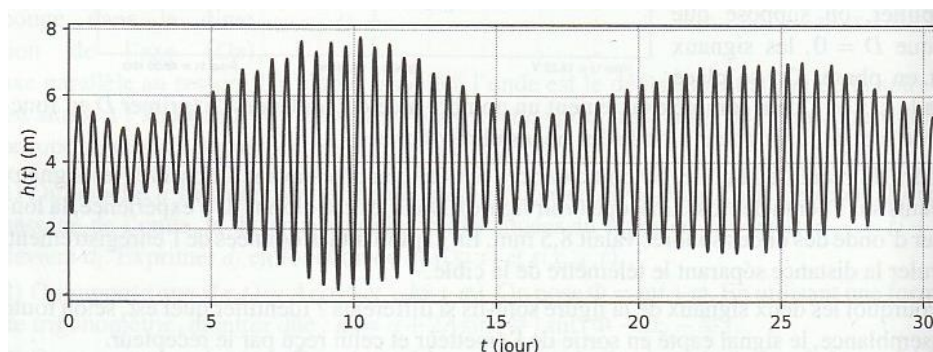
d'étudier quelques caractéristiques de la marée dans le port de Brest à partir d'un enregistrement de la hauteur $h(t)$ en fonction du temps pour le mois de mai 2015 et de son spectre en amplitude (cf figure ci-dessous).

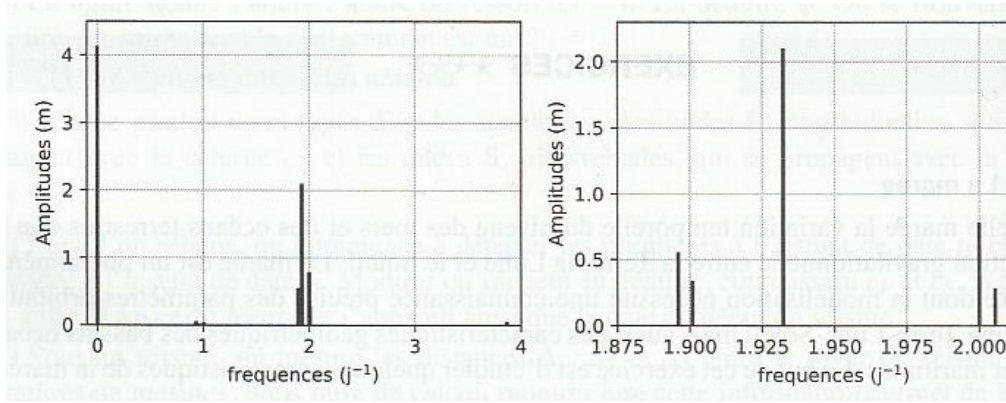
- 1) Quelle est la valeur moyenne de la hauteur d'eau dans le port de Brest ? Le signal est-il périodique ?
- 2) Quelle est la durée moyenne entre deux marées hautes successives (maxima locaux de $h(t)$) et la durée moyenne entre deux marées basses successives (minima locaux de $h(t)$). Ce résultat était-il prévisible à partir du spectre en amplitude ?
- 3) On observe des périodes dites de « vives-eaux » où l'écart entre une marée haute et une marée basse successives est maximal, et des périodes dites de « mortes-eaux » où l'écart entre une marée haute et une marée basse successives est minimal. Quelle est la durée entre deux « vives-eaux » successives ? Entre deux « mortes-eaux » successives ?
- 4) On modélise la variation de la hauteur d'eau en ne retenant que la composante continue et les deux composantes sinusoïdales les plus importantes, soit :

$$h(t) = A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2)$$

Donner les valeurs de ω_1 et ω_2 . Préciser la période des deux composantes sinusoïdales.

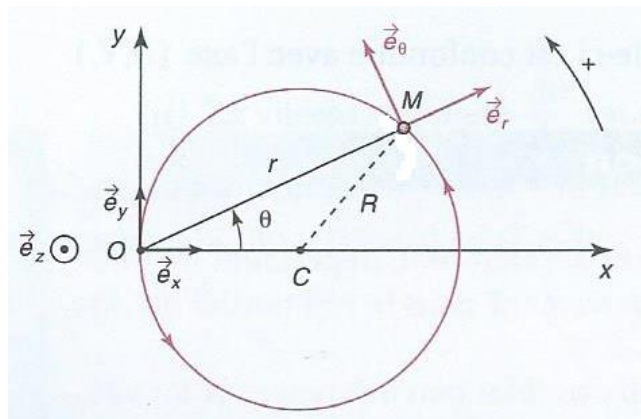
- 5) Ce modèle permet-il d'expliquer l'alternance de « vives-eaux » et de « mortes-eaux » ?





Problème 2 : Trajectoire circulaire d'un mobile

Dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$, un point M décrit une trajectoire circulaire de centre C et de rayon R dans le plan de la figure (O, x, y) . Il est repéré en coordonnées polaires comme l'indique la figure ci-dessous et se déplace avec une vitesse angulaire $\dot{\theta} = \omega$ constante.



- 1) Exprimer l'angle $(\vec{e}_x, \overrightarrow{CM})$ en fonction de θ .
- 2) En déduire que le mouvement de M est uniforme de vitesse angulaire $\Omega = 2 \cdot \omega$. On note $\vec{a}$ l'accélération de M dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$. Représenter le vecteur $\vec{a}$ et déterminer sa norme.
- 3) Déterminer l'équation $r(\theta)$ de la trajectoire de M en coordonnées polaires.
- 4) Exprimer, dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, les vecteurs vitesse et accélération de ce point par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}$.
- 5) Montrer que le vecteur accélération de ce point peut s'exprimer simplement en fonction de ω et du vecteur $\overrightarrow{CM}$ et retrouvez le résultat de la question 2).

Problème 3 : Mécanique du point : problèmes d'adhérence...

Le sujet s'intéresse à différents cas de frottements secs qui induisent des types de mouvement relatif possible dans certaines conditions pour un couple solide 1-solide 2. Ces propriétés viennent du choix du support pour un mobile donné.

On rappelle ci-dessous les lois de Coulomb, en notant f_s et f_g les coefficients de frottement statique et dynamique (avec $f_s > f_g$) et $\vec{T}$ et $\vec{N}$ les composantes tangentielle et normale de la réaction :

- En mode statique (absence de glissement donc adhérence), la norme de la composante tangentielle $\|\vec{T}\| = T$ est inférieure ou égale à la quantité $f_s \cdot \|\vec{N}\| = f_s \cdot N$: $T \leq f_s \cdot N$.
- En mode dynamique (présence de glissement) la norme de la composante tangentielle est égale à : $T = f_g \cdot N$
La composante tangentielle s'oppose au mouvement.

I. Mesure du coefficient de frottement dynamique

On utilise le dispositif représenté sur la figure 1. Un solide 1 de masse m est lié par un fil (inextensible et de masse négligeable) à un solide 2 de masse $\alpha \cdot m$ (avec $\alpha > 1 > f_s$). Le fil de longueur L passe par une poulie idéale (cette notion est précisée à la question 2)). Le solide 1 se déplace sur un support fixe S horizontal. On appelle H l'altitude du centre de masse du solide 2 au-dessus du support horizontal S' . A l'état initial, les solides sont immobiles, le solide 1 est à l'abscisse $X(t=0) = X_0$ et le solide 2 est à l'altitude $H(t=0) = H_0$. On veut dans cette expérience déterminer la valeur du coefficient de frottement dynamique f_g résultant du contact du solide 1 avec son support S . On mesure la distance D parcourue par le solide 1 sur le support S , sachant que le solide 2 touche S' avant que le solide 1 ne s'arrête. On note $\vec{g} = g \cdot \vec{u}_z$ le champ de pesanteur.

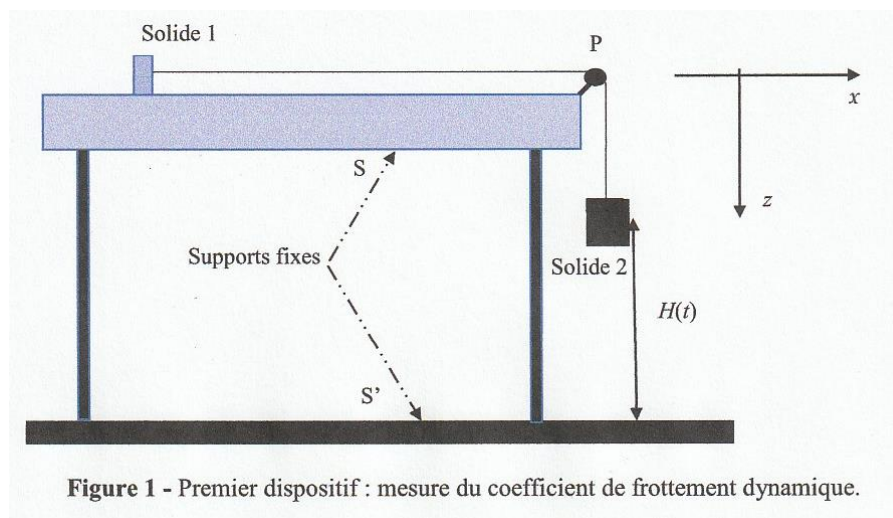


Figure 1 - Premier dispositif : mesure du coefficient de frottement dynamique.

- 1) On peut distinguer deux phases dans le mouvement du solide 1 (avant puis après que le solide 2 percute le support S'). Ces deux phases seront notées respectivement phase 1 et phase 2. Décrire **qualitativement** les deux phases successives du mouvement de l'ensemble en précisant pour chacune d'elles si le fil est tendu ou non tendu. Faites un schéma représentant les solides 1 et 2 à $t = 0$, puis en fin de phase 2, quand les deux solides sont à l'arrêt. Indiquer chacune des phases sur le schéma, ainsi que la distance D parcourue par le solide 1.
- 2) La nature idéale de la poulie et du fil permet de considérer que la norme F de la tension du fil est conservée tout le long du fil. On assimile les deux solides à des points matériels observés dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Déterminer le bilan des forces qui s'exerce sur le solide 1 et sur le solide 2 pendant la phase 1. Représenter ces forces sur un schéma.
- 3) On note $\ddot{X}$ l'accélération du solide 1 et $\ddot{Z}$ l'accélération du solide 2. En appliquant le principe fondamental de la dynamique au solide 1, établir les relations entre m, F, T, N, g et $\ddot{X}$. De même, en appliquant le principe fondamental de la dynamique au solide 2, établir la relation entre $\alpha, m, \ddot{Z}, F$ et g .
- 4) En appliquant la loi de Coulomb, expliciter T en fonction de m, g et f_g .

- 5) Le fil étant inextensible, montrer que $\ddot{Z} = \ddot{X}$.
 6) Montrer que l'accélération du solide 1 est donnée par :

$$\ddot{X} = \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right) \cdot g$$

- 7) En déduire les expressions de $\dot{X}(t)$ et de $X(t)$ pendant la phase 1.
 8) Quelle est la durée t_1 de cette première phase ? Quelle est la vitesse correspondante V_1 ?
 9) On s'intéresse à la deuxième phase du mouvement. On pose $t' = t - t_1$. Déterminer $\ddot{X}$, $\dot{X}(t')$ et $X(t')$ dans cette seconde phase du mouvement.
 10) Exprimer f_g en fonction de α , H_0 et D (cf définition de D dans l'énoncé).
 11) Retrouver ce résultat en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à chacune des deux phases du mouvement.
 12) On réalise l'expérience plusieurs fois de suite, en partant toujours de la valeur de $H_0 = 40$ cm. La masse du solide 1 vaut $m = 50$ g et celle du solide 2 vaut $\alpha \cdot m = 60$ g. Calculer la valeur du coefficient de frottement f_g sachant qu'on a trouvé une valeur moyenne de la distance D égale à $\langle D \rangle = 1,5$ m.

II. Mesure du coefficient de frottement statique

- 13) On pose maintenant le solide 1 sur le support S qui fait un angle θ avec le plan horizontal. Le dispositif est représenté sur la figure 2. On fait augmenter, à partir d'une valeur faible, l'angle θ en déplaçant un coin et on mesure pour quelle valeur $\theta = \theta_{lim}$ le solide 1 se met à glisser. Montrer que cette expérience permet de mesurer le coefficient de frottement f_s .

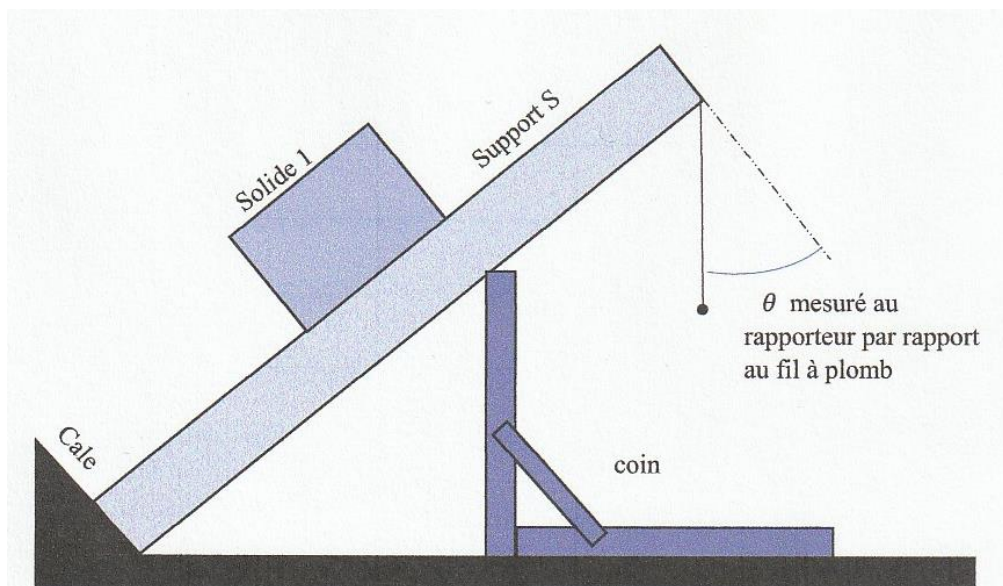


Figure 2 - Second dispositif : mesure du coefficient de frottement statique.

- 14) On réalise plusieurs essais successifs de décrochement et la valeur moyenne de θ_{lim} est de l'ordre de 29° . En déduire la valeur du coefficient de frottement mesuré. Comparer f_s à f_g et commenter.