

Exercice 1 Étude du microphone d'une guitare électrique

A Description d'un microphone

A.1 On reconnaît un pont diviseur de tension. En notant $Z_{LR} = R_L + jL\omega$ et $Z_{R_0C_0} = \frac{R_0}{1+jR_0C_0\omega}$ on a $\frac{v}{e} = \frac{Z_{R_0C_0}}{Z_{R_0C_0} + Z_{LR}}$ soit $\underline{H} = \frac{R_0}{R_0 + (R_L + jL\omega)(1 + jR_0C_0\omega)}$. En mettant cette expression sous forme canonique on obtient

$$\underline{H} = \frac{\frac{R_0}{R_0 + R_L}}{1 + j\omega \frac{L + R_0 R_L C}{R_0 + R_L} + (j\omega)^2 \frac{L C_0 R_0}{R_0 + R_L}}$$

A.2 Cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme $\underline{H}_b = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$ avec $H_0 = \frac{R_0}{R_0 + R_L}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{R_0 + R_L}{LCR_0}}$ et $Q = \frac{R_L + R_0}{(L + R_0 R_L C)\omega_0}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

A.3 Le phénomène de résonance existe lorsque le module de la fonction de transfert passe par un maximum. Cela revient à minimiser le dénominateur de $|\underline{H}|$ soit la fonction $g(x) = (1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}$. La dérivée de $g(x)$ s'écrit $g'(x) = -4x(1 - x^2) + \frac{2x}{Q^2}$ et elle s'annule lorsque soit $x^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$. Cette solution existe que si x^2 est positif

soit $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. La pulsation de résonance s'écrit alors $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$.

A.4 L'allure de $|H(\omega)|$ dépend du facteur de qualité Q . Si $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$, $|H(\omega)|$ décroît de façon monotone alors que cette courbe passe par un maximum pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ce maximum est alors associé à une pulsation de résonance inférieure à la pulsation propre. Les limites du module de la fonction de transfert en basses et en hautes fréquences conduisent à H_0 et à 0.

A.5 La/les pulsation(s) de coupure à -3 dB est (sont) la/les pulsations pour laquelle le module de la fonction de transfert est égal au module maximal divisé par $\sqrt{2}$.

A.6 Si Q est très grand devant 1, $\omega_r \approx \omega_0$ et $\|\underline{H}(\omega_0)\| = QH_0$ soit $Q \approx \frac{v_{max}}{v(\omega \rightarrow 0)} \approx \frac{90}{19} \approx 4,7$.

A.7 $Q \approx \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \approx \frac{7000}{7800 - 5900} \approx 3,7$.

A.8 A la résonance $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \approx \omega_0$ si Q est considéré très grand. On a alors $f_r \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_0 + R_L}{LCR_0}}$. On lit graphiquement que $f_r \approx 7 \text{ kHz}$, on peut alors calculer $L = \frac{R_L + R_0}{CR_0 4\pi^2 f_r^2} = 5,2 \text{ H}$. Cette valeur semble surdimensionnée pour un micro. Cette modélisation simule un comportement mais ne correspond pas à des valeurs de composants classiques. En reprenant l'expression du facteur de qualité, on obtient $Q \approx 4,2$. Ces méthodes nous donnent un ordre de grandeur $Q \approx 4$ mais ne donnent pas de valeurs précises puisque l'hypothèse $Q \gg 1$ n'est pas respectée.

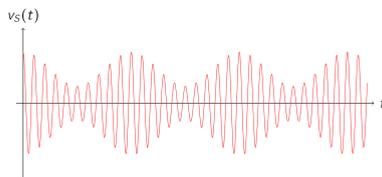
A.9 Pour deux signaux de mêmes amplitudes mais de fréquences différentes en entrée, les signaux de sorties ne seront pas de même amplitudes ; le son ne sera donc pas répété fidèlement.

Exercice 2 De la phase à l'amplitude...

A Modulation d'amplitude

A.1 $v_S(t) = v_{S_1}(t) + u_2(t) = ku_1(t)u_2(t) + u_2(t)$ soit $v_S(t) = kU_m U_0 \cos(\omega_m t) \cos(\omega_p t)$. On a alors $v_S(t) = U_0 \cos(\omega_p t) [1 + m \cos \omega_m t]$ avec $m = kU_m$.

A.2 Par exemple pour $m = 0,5$:



B Modulation de phase - Méthode d'Armstrong

B.1 $v_p(t) = U_0 \cos(\omega_p t + m \cos(\omega_m t)) = U_0 (\cos(\omega_p t) \cos(m \cos(\omega_m t)) - \sin(\omega_p t) \sin(m \cos(\omega_m t)))$
 Or comme $m \ll 1$: $v_p(t) \simeq U_0 (\cos(\omega_p t) - m \cos(\omega_m t) \sin(\omega_p t))$.

On identifie donc $f(t) = -U_0 m \cos(\omega_m t)$.

B.2 On a : $v_S(t) = v_{S_1}(t) + u_2(t) = ku_1(t)u_2'(t) + u_2(t) = kU_m \cos(\omega_m t) u_2'(t) + U_0 \cos(\omega_p t)$

On a $v_S(t) = v_p(t)$ à condition que : $u_2'(t) = -U_0 \frac{m}{kU_m} \sin(\omega_p t) = -U_0 \sin(\omega_p t)$.

L'opérateur « Dp » doit donc ajouter une phase de $+\frac{\pi}{2}$ à $u_2(t)$.

C Réalisation de l'opérateur « Dp »

C.1 On peut librement fixer la masse dans le circuit, mettons-la en bas. On identifie une rétroaction sur l'entrée inverseuse, le fonctionnement de l'ALI est linéaire (indiqué dans l'énoncé) donc $V_- = V_+$ et $V_+ = 0$. L'ALI étant idéal son impédance d'entrée est infinie et le courant dans les deux résistances R_1 est identique : $\frac{u_e}{R_1} = -\frac{u_1}{R_1}$ d'où $u_1 = -u_e$. Cette partie gauche du circuit est simplement un inverseur. L'impédance d'entrée de ce montage est égale à la résistance R_1 que l'on pourra choisir très grande pour que ce montage ne perturbe pas le reste du circuit.

C.2 On s'intéresse maintenant à l'ALI A.O.2, lui aussi idéal et en régime linéaire. Le courant traversant les deux résistances R dans la partie supérieure du montage est identique car $i_- = 0$ soit $(u_1 - V_-)/R = (V_- - U_{u_s})/R$ soit $2V_- = u_1 + u_s$. Au niveau de l'entrée non inverseuse, on reconnaît un diviseur de tension soit $V_+ = \frac{u_1}{1+jRC\omega}$.

Comme $V_- = V_+$, on en déduit : $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}$.

En totalité :

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{1-jRC\omega}{1+jRC\omega}$$

C.3 On remarque que $|\underline{H}(j\omega)| = 1$, $\forall \omega$ donc l'opérateur ne change pas l'amplitude. Par contre $Arg(\underline{H}(j\omega)) = \pi + Arg(1-jRC\omega) - Arg(1+jRC\omega) = \pi - 2arctan(RC\omega)$, l'opérateur introduit donc un déphasage φ_D entre l'entrée et la sortie :

$$\varphi_D = \pi - 2arctan(RC\omega)$$

C.4 On veut ici $\varphi_D = \frac{\pi}{2}$ ce qui correspond à $arctan(RC\omega_p) = \frac{\pi}{4}$ d'où $RC\omega_p = \tan(\frac{\pi}{4}) = 1$, soit finalement

$$RC = \frac{1}{\omega_p}$$

Exercice 3 Étude et production du vide

A L'air et sa pression

A.1 L'air correspond à la composition moyenne : N_2 : 80% ; O_2 : 20% ; et quelques traces d'autres gaz (Ar, CO_2 ...).

A.2 La pression cinétique est due aux mouvements désordonnés des molécules et aux collisions qui en résultent.

A.3 La pression atmosphérique normale est $P_{atm} = 1,013.10^5 Pa = 1,013 bar = 760 mmHg$

A.4 Pour les faibles pressions, les distances intermoléculaires deviennent très grande et on peut négliger les forces d'interactions moléculaires et considérer que les molécules sont ponctuelles.

A.5 D'après l'équation d'état des gaz parfaits, on a : $PV = nRT = \frac{N}{N_A}RT$, on en déduit :

$N = \frac{N_A}{R} \frac{PV}{T} = 2,7.10^{16} \text{ molcules}$ pour $V = 1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$. Lorsque la pression est divisée par 10^6 il

en est de même pour N d'où $N' = 2,7.10^{10} \text{ molcules}$. Le volume disponible pour une molécule de gaz est

$V^* = \frac{V}{N} = 3,72.10^{-20} \text{ m}^3$ Ce volume est énorme comparé au volume propre d'une molécule, donc chaque molécule n'a plus d'interactions avec les molécules voisines. L'hypothèse des gaz parfaits est vérifiée.

B Définition statistique de la pression dans la théorie cinétique des gaz

B.1 L'équation d'état du gaz parfait donne : $P = \frac{n}{V}RT = \frac{NRT}{VN_A} = n^*k_B T$ avec $n^* = \frac{N}{V}$, la densité moléculaire

et $k_B = \frac{R}{N_A} = 1,38.10^{-23} JK^{-1}$ la constante de Boltzmann.

B.2 Pour N_2 avec $T = 273,15 K$, on calcule $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 454 \text{ m.s}^{-1}$ et $v^* = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 493 \text{ m.s}^{-1}$. On constate que $\bar{v} = 0,92v^* \approx v^*$, ces vitesses sont donc très proches.

B.3 L'énergie cinétique moyenne correspond à : $\langle ec \rangle = \langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \frac{1}{2}mv^{*2} = \frac{3}{2}k_B T$. On retrouve la définition de la température cinétique.

B.4 En associant les relations $P = n^*k_B T$ et $v^{*2} = \frac{3k_B T}{m}$, nous obtenons l'expression de la pression cinétique :

$$P = \frac{1}{3}n^*mv^{*2}$$

B.5 Le libre parcours moyen varie avec la pression et la température. $l_m = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\sigma^2 n^*} = \frac{k_B T}{\pi\sqrt{2}\sigma^2 P}$. Dans les conditions normales de températures et de pression : $l_m = 59 \text{ nm}$ et aux très basses pressions ($P = 10^{-8} \text{ atm}$) :

$l'_m = 5,9 \text{ m}$. Le libre parcours moyen devient supérieur aux tailles usuelles des enceintes : le gaz voit disparaître totalement ses chocs intermoléculaires. Seules subsistent les collisions sur les parois.

C Pompe à condensation

C.1 La surface totale de l'enceinte est : $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$. La surface froide correspond à $\frac{0,1}{100}S = 10^{-3}\pi D^2$. Le nombre de molécules dN_{N_2} qui frappent la surface s pendant le temps dt et qui disparaissent du milieu s'écrit : $dN_{N_2} = -N_2 s dt = -\frac{1}{4}n_{N_2}^* \overline{v_{N_2}} s dt$ et la densité moléculaire s'exprime par $n_{N_2}^* = \frac{N_{N_2}}{V} = \frac{6N_{N_2}}{\pi D^3}$, on a alors : $\frac{dN_{N_2}}{N_{N_2}} = -\frac{3}{2} \frac{\overline{v_{N_2}} s}{\pi D^3} dt = -\frac{dt}{\tau}$. Par intégration, on a $N_{N_2} = N_{N_2}^0 \exp(-\frac{t}{\tau})$ et la constante de temps vaut $\tau = \frac{2\pi D^3}{3\overline{v_{N_2}} s} = \frac{2 \cdot 10^3 D}{3\overline{v_{N_2}}}$. L'application numérique donne $\tau = 0,29 \text{ s}$.

Exercice 4 Un peu d'eau fraîche

A Question préliminaires

A.1 cf cours : Pour l'eau la courbe de saturation solide liquide a une pente négative. Point critique : point au delà duquel la transition liquide gaz n'est plus observable. Point triple : Les trois phases (liquide, solide, gaz) coexistent à l'équilibre.

A.2 D'après le diagramme, la température de fusion de l'eau diminue lorsque la pression augmente (pente négative qui est une particularité de l'eau).

A.3 La pression de vapeur saturante est la pression qui correspond à un équilibre liquide-vapeur à la température T .

A.4 cf cours. Courbe d'ébullition : apparition de la première bulle de vapeur (v augmente). Courbe de rosée : disparition de la dernière goutte de liquide (v augmente). Allure de l'isotherme : phase liquide : droite quasi-verticale (liquide incompressible); équilibre liquide-gaz : droite horizontale (changement d'état isobare et isotherme si T fixée d'après le diagramme (P,T)); phase gazeuse : allure d'une hyperbole (modèle gaz parfait).

A.5 L'ébullition est un phénomène se produisant en tout point du fluide à la température de changement d'état alors que l'évaporation se fait uniquement en surface pour des températures inférieures à la température de changement d'état. Dans le cas d'une atmosphère inerte, on compare la pression partielle en eau P_{H_2O} avec la pression de vapeur saturante à la température T : P_{sat} . Si $P_{H_2O} < P_{sat}$, l'évaporation se produit et si $P_{H_2O} > P_{sat}$, la vapeur d'eau présente dans l'atmosphère se condense.

B Résolution de problème

Compétence	Exemples de résolution
S'approprier le problème	On considère l'eau liquide contenue dans le verre de masse m . Cette eau en présence d'une atmosphère inerte (air contenue dans le réfrigérateur) est susceptible de s'évaporer lorsque la pression partielle en eau P_{H_2O} est inférieure à la pression de vapeur saturante $P_{sat}(T_f)$. Dans le cas d'une utilisation normale du réfrigérateur celui-ci est ouvert plusieurs fois par jour ce qui a pour effet de renouveler partiellement l'air contenu dans le frigo et donc de diminuer la pression partielle en eau à l'intérieur du frigo. L'objectif est d'estimer le temps nécessaire pour faire évaporer la masse m d'eau liquide présente initialement dans le verre.
Établir une stratégie de résolution (analyser/raisonner).	Hypothèses : On considère que la vapeur d'eau présente dans le frigo ne provient que de l'évaporation de l'eau présente initialement dans le verre et on assimile cette vapeur d'eau à un gaz parfait de masse molaire M à la température T_f On appelle V le volume du frigo, et on suppose qu'un pourcentage r d'air est renouvelé à chaque ouverture du frigo. On considère également que le frigo est ouvert N fois par jour. L'évaporation conduit à un état d'équilibre où $P_{H_2O} = P_{sat}(T_f)$, une masse m_{ev} d'eau s'est alors évaporée telle que $m_{ev} = \frac{P_{sat}(T_f)VM}{RT}$. Après chaque ouverture la masse sortante du frigo est $m_s = r m_{ev}$ Le nombre de jour nécessaire à l'évaporation complète du verre d'eau est donc $N_J = \frac{m}{N r m_{ev}}$
Mettre en œuvre la stratégie	On considère les valeurs numériques suivantes : $m = 0,10 \text{ kg}$, $V = 50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 1,0 \text{ m} = 0,25 \text{ m}^3$. La température du réfrigérateur est de l'ordre de 4°C soit d'après le document $P_{sat}(T_f) = 800 \text{ Pa}$. On considère que 10% de l'air est renouvelé à chaque ouverture du frigo ($r = 0,1$) et qu'on ouvre en moyenne la porte du réfrigérateur 10 fois par jour ($N = 10$). On obtient alors $N_J = \frac{mRT}{N r P_{sat}(T_f)VM} = 64 \text{ jours}$
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider)	La proportion d'air renouvelé à chaque ouverture de porte repose sur une simple estimation, c'est donc une source d'incertitude importante. L'hypothèse reposant sur le fait que la vapeur d'eau présente dans le réfrigérateur provient du verre est très discutable. En effet il y a beaucoup d'autres sources d'humidité dans le réfrigérateur (brique de lait ouverte, autres aliments...)