

Questions de cours Agro

1 Algèbre

- 1 Définition d'une application $f : E \rightarrow F$ injective.
- 2 Définition d'une application $f : E \rightarrow F$ surjective.
- 3 Définir la notion d'application bijective et de bijection réciproque.
- 4 Pour une application $f : E \rightarrow F$ bijective de E vers F , définition de la fonction réciproque f^{-1} .
- 5 Définition des parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe.
- 6 Définition du module d'un nombre complexe.
- 7 Définir le degré d'un polynôme à coefficients réels ou complexes.
- 8 Qu'appelle-t-on *racine* d'un polynôme ? Qu'appelle-t-on *ordre de multiplicité* d'une racine d'un polynôme ?
- 9 Somme et produit des racines d'une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ et $a \neq 0$.
- 10 Pour $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{N}$, que vaut la dérivée k -ème du polynôme X^n ?
- 11 Théorème de D'Alembert-Gauss.

2 Analyse

- 12 Minorant et minimum d'une partie non vide de $\mathbb{R}$.
- 13 Calcul de la somme des n premiers termes d'une suite géométrique.
- 14 Pour un entier naturel n , rappeler les valeurs des sommes $\sum_{k=0}^n k$ et $\sum_{k=0}^n k^2$.
- 15 Si (u_n) est une suite et ℓ est un réel, définition de la convergence de (u_n) vers ℓ .
- 16 Si (u_n) est une suite, définition de la divergence de (u_n) vers $+\infty$.
- 17 Énoncer le théorème de la limite monotone pour une suite de nombres réels.
- 18 Énoncer le théorème des gendarmes pour des suites de nombres réels.
- 19 Quand dit-on que deux suites réelles sont adjacentes ?
Dans ce cas, que peut-on dire de la convergence et des limites éventuelles de ces deux suites ?
- 20 Croissances comparées entre les suites puissance (n^α) (avec $\alpha > 0$), géométrique (a^n) (avec $a > 1$) et factorielle $(n!)$.
- 21 Si α est un réel fixé, rappeler les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(\alpha)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
- 22 Si α est un réel fixé, rappeler les solutions de l'équation $\sin(x) = \sin(\alpha)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
- 23 Si α est un réel fixé, rappeler les solutions de l'équation $\tan(x) = \tan(\alpha)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- 24 Pour θ un réel, exprimer $\cos(2\theta)$ et $\sin(2\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.
- 25 Pour θ un réel, exprimer $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ et $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.
- 26 Donner la définition de la partie entière d'un réel x .
- 27 Définir la fonction arctan, donner l'expression de sa dérivée puis tracer l'allure de son graphe en précisant les asymptotes en $-\infty$ et $+\infty$.
- 28 Allure de la représentation graphique de la fonction sin sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$.
- 29 Allure de la représentation graphique de la fonction cos sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$.
- 30 Allure des représentations graphiques des fonctions exponentielle et logarithme népérien.

- 31 Allure des représentations graphiques des fonctions $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto \ln(1+x)$.
- 32 Allure des représentations graphiques des fonctions $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto |\ln(x)|$.
- 33 Allure des représentations graphique des fonctions $x \mapsto |x|$ et $x \mapsto |x+1|$.
- 34 Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
- 35 Énoncer le théorème de la bijection monotone.
- 36 Quand dit-on que deux fonctions sont équivalentes au voisinage d'un point ? Donner des équivalents usuels de $\ln(1+x)$ et de $1-\cos(x)$ pour x au voisinage de 0.
- 37 Pour deux fonctions de la variable réelle notées f et g définies au voisinage de a , que signifie la notation $f = o(g)$ au voisinage de a ?
- 38 Si f est une fonction définie sur un intervalle I et si $a \in I$, définition de la continuité de f en a .
- 39 Donner la définition d'une fonction f prolongeable par continuité en un point a .
- 40 Donner la définition du gradient d'une fonction définie de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$.
- 41 Si f désigne une fonction définie sur $\mathbb{R}$, donner la définition du taux d'accroissement de f entre les abscisses a et b .
- 42 Définition de la dérivée d'une fonction f en un point a .
- 43 Équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a .
- 44 Dérivée d'une composée $g \circ f$ de fonctions dérivables.
- 45 Définir ce qu'est une fonction de classe $\mathcal{C}^n$, puis de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur un intervalle.
- 46 Énoncer le théorème de dérivation des fonctions composées.
- 47 Énoncer le théorème de dérivation d'une fonction réciproque.
- 48 Si f est la fonction définie sur $]0, 1[$ par : $f(x) = \sqrt{1-x}$, déterminer l'expression de sa dérivée f' .
- 49 Rappeler les deux expressions de la dérivée de la fonction $\tan$.
- 50 Énoncer le théorème de Rolle.
- 51 Rappeler la formule des accroissements finis.
- 52 Quand dit-on qu'une fonction admet un développement limité à l'ordre n au voisinage de 0 ?
- 53 Donner la formule de Taylor-Young. Retrouver le développement limité de $x \mapsto \exp(x)$ à l'ordre n au voisinage de 0 pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- 54 Donner les développements limités en 0 de : $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ (à l'ordre 4), $x \mapsto \ln(1+x)$ (à l'ordre 4), $x \mapsto \cos(x)$ (à l'ordre 4, à l'ordre 5), $x \mapsto \sin(x)$ (à l'ordre 5).
- 55 Rappeler la formule d'intégration par parties sur un segment.
- 56 Si f est la fonction définie sur $]0, 1[$ par : $f(x) = \sqrt{1-x}$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur l'intervalle $]0, 1[$.
- 57 Si α est un réel quelconque, déterminer sur $]0, +\infty[$ l'expression d'une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^\alpha}$.
- 58 Donner la dérivée et une primitive de la fonction $t \mapsto \frac{1}{t^3}$ sur $]0, +\infty[$.
- 59 Définition et convergence de la somme de Riemann d'une fonction f continue sur $[0, 1]$.
- 60 Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' + a(t)y = 0$?
- 61 Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a^2 - 4b > 0$.
Donner l'ensemble des solutions de l'équation différentielle : $y'' + ay' + by = 0$.
- 62 Définition d'un point critique pour une fonction de deux variables.
- 63 Définition des dérivées partielles pour une fonction de deux variables.
- 64 Dérivation d'une fonction de la forme $t \mapsto f(x(t), y(t))$, la fonction f étant de classe $\mathcal{C}^1$ et les fonctions x et y étant dérivables.
- 65 Si (u_n) est une suite de réels, donner la définition de " la série $\sum_{n \geq 0} u_n$ converge ".
- 66 Convergence et somme de séries géométriques (géométriques dérivées et géométriques dérivées seconde).
- 67 Convergence et somme de séries exponentielles.
- 68 Donner la définition de la convergence d'une intégrale généralisée $\int_a^{+\infty} f(t)dt$ si f est une fonction continue sur l'intervalle $[a, +\infty[$.
- 69 Si f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$, donner la définition de « l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$ converge ».
- 70 Théorème du changement de variable dans une intégrale.

3 Algèbre linéaire, géométrie

- 71 Quelles sont les opérations élémentaires que l'on peut faire sur les lignes d'un système linéaire? Quelles opérations peut-on effectuer sur les lignes ou colonnes d'une matrice sans en modifier le rang?
- 72 Quand peut-on appliquer la formule du binôme pour deux matrices? Écrire alors cette formule.
- 73 Définition d'une matrice carrée inversible.
- 74 Donner une condition nécessaire et suffisante portant sur les coefficients d'une matrice carrée 2×2 pour qu'elle soit inversible. Dans ce cas, exprimer les coefficients de la matrice inverse en fonction des coefficients de la matrice de départ.
- 75 Soit A, B deux matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ que vaut la transposée de la somme de A et B ? et celle du produit AB ?
- 76 Définir la notion de sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel réel ou complexe.
- 77 Définition d'une famille libre $(u_1, u_2, \dots, u_k)$ de vecteurs dans un espace vectoriel E .
- 78 Définition d'une famille génératrice (finie) dans un espace vectoriel E .
- 79 Donner la définition d'une base d'un espace vectoriel.
- 80 Définir la notion de sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs d'un espace vectoriel.
- 81 Donner la définition d'un endomorphisme d'un espace vectoriel E .
- 82 Définition du noyau d'une application linéaire $f : E \rightarrow F$.
- 83 Condition nécessaire et suffisante pour qu'une application linéaire soit injective.
- 84 Définir l'image d'une application linéaire entre deux espaces vectoriels. Comment peut-on caractériser les applications linéaires surjectives?
- 85 Énoncer le théorème du rang pour une application linéaire $f : E \rightarrow F$.
- 86 Définition de la matrice d'un endomorphisme f de E dans une base $\mathcal{B} = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ de E .
- 87 Soient $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$ deux bases d'un espace vectoriel E de dimension n . On appelle P la matrice de passage de $\mathcal{B}_1$ à $\mathcal{B}_2$. Si $\vec{x}$ est un vecteur de E , quelle relation lie $\text{Mat}_{\mathcal{B}_1}(\vec{x})$ et $\text{Mat}_{\mathcal{B}_2}(\vec{x})$?
- 88 Soient $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$ deux bases d'un espace vectoriel E de dimension finie et f un endomorphisme de E . On appelle P la matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{B}'$. Donner une relation entre $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$, $\text{Mat}_{\mathcal{B}'}(f)$ et P .
- 89 Donner la définition de deux matrices semblables.
- 90 Donner la définition d'une valeur propre, d'un vecteur propre, d'un sous-espace propre pour un endomorphisme f d'un espace vectoriel E .
- 91 Donner la définition d'une valeur propre ainsi que d'un sous-espace propre pour une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- 92 Soit u un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que u soit diagonalisable.
- 93 Énoncer une condition suffisante et non nécessaire pour qu'une matrice soit diagonalisable, puis une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit diagonalisable.
- 94 Donner deux conditions suffisantes et non nécessaires de diagonalisabilité d'une matrice carrée réelle.
- 95 Définition du produit scalaire dans $\mathbb{R}^n$.
- 96 Définition de la norme d'un vecteur $x = (x_1, \dots, x_n)$ de $\mathbb{R}^n$.
- 97 Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz.
- 98 Énoncer le théorème de Pythagore dans $\mathbb{R}^n$.
- 99 Définition d'une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$.
- 100 Définition de la distance d'un vecteur x de $\mathbb{R}^n$ à un sous-espace vectoriel F de $\mathbb{R}^n$.
- 101 Équation cartésienne d'un plan de $\mathbb{R}^3$ normal au vecteur $\vec{u} = (1, 2, -1)$.
- 102 Donner une représentation paramétrique de la droite de l'espace passant par le point A de coordonnées (x_A, y_A, z_A) et dirigée par le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées (a, b, c) .
- 103 Équation cartésienne du cercle de centre $A = (a, b)$ et de rayon r .

4 Probabilités

- 104 Si A et B désignent deux évènements d'un même espace probabilisé, donner la définition de “ A et B sont incompatibles » puis de « A et B sont indépendants”.
- 105 Définition d'un système complet d'évènements.
- 106 Donner la définition d'un événement négligeable et d'un événement quasi-certain.
- 107 Énoncer la formule des probabilités totales.
- 108 Énoncer la formule des probabilités composées.
- 109 Énoncer la formule de Bayes.
- 110 Définition de la notion d'indépendance mutuelle d'une famille d'évènements.
- 111 Donner la définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Donner son tableau de variation.
- 112 Si X est une variable aléatoire admettant une espérance et une variance, et si a et b sont deux réels, rappeler l'espérance et la variance de la variable aléatoire $aX + b$.
- 113 Définition de l'espérance d'une variable aléatoire X discrète à valeurs dans $\mathbb{N}$.
- 114 Définition de la variance d'une variable aléatoire discrète admettant un moment d'ordre 2.
- 115 Donner la définition de la variable aléatoire centrée réduite associée à une variable aléatoire X .
- 116 Énoncer le théorème de transfert dans le cadre d'une variable aléatoire réelle discrète.
- 117 Comment déterminer les lois marginales d'un couple (X, Y) de variables aléatoires réelles discrètes si on connaît la loi conjointe?
- 118 Énoncer la définition de l'indépendance de deux variables aléatoires réelles discrètes.
- 119 Énoncer le lemme des coalitions.
- 120 Définition de la covariance de deux variables aléatoires réelles discrètes.
- 121 Lien(s) entre l'indépendance de deux variables aléatoires discrètes et leur covariance.
- 122 Variance de la différence de deux variables aléatoires. Cas particulier où les deux variables sont indépendantes.
- 123 Formule de l'espérance de $Z = u(X, Y)$ où X et Y sont des variables aléatoires discrètes à valeurs dans $\llbracket 1, n \rrbracket$ et u une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$.
- 124 Expliciter la loi puis donner l'espérance et la variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale.
- 125 Espérance et variance d'une variable aléatoire de loi géométrique.
- 126 Donner la valeur de $\mathbb{E}(X^2)$ si X suit une loi géométrique de paramètre $p \in]0, 1[$.
- 127 Soit X une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. Expliciter la loi de X et donner son espérance et sa variance.
- 128 Donner la valeur de $\mathbb{E}(X^2)$ si X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$.
- 129 Quand dit-on qu'une fonction est une densité de probabilité d'une variable aléatoire réelle?
- 130 À quelle(s) condition(s) sur sa fonction de répartition une variable aléatoire X admet-elle une densité de probabilité? Comment détermine-t-on alors une densité de X ?
- 131 Définition de l'espérance d'une variable aléatoire X admettant une densité f continue sur $\mathbb{R}$.
- 132 Énoncer le théorème de transfert dans le cadre d'une variable aléatoire réelle admettant une densité.
- 133 Fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur $[-\pi, \pi]$.
- 134 Densité d'une variable aléatoire suivant la loi exponentielle de paramètre λ .
- 135 Densité d'une variable aléatoire de loi normale centrée réduite.
- 136 Densité d'une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance 0 et de variance 1/2.
- 137 Tracer une densité pour une variable aléatoire de loi normale d'espérance 1 et de variance 1.
- 138 Rappeler les résultats connus sur la loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes suivant des lois de Poisson, puis de deux variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales.
- 139 Énoncer l'inégalité de Markov.
- 140 Énoncer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- 141 Énoncer la loi faible des grands nombres.
- 142 Moyenne empirique et écart-type empirique d'un n -uplet de variables aléatoires $(X_1, \dots, X_n)$.
- 143 Énoncer le théorème central limite.