Programme de Colle - Semaine 2

2BCPST 2 21 Septembre 2025 Année 2026 - 2027

On débutera la colle par une question de cours choisie parmi les questions listées à la fin du document

Séries

— Définition des séries, sommes partielles, natures de séries.

— Divergence grossière.

— Opération sur les séries : linéarité et multiplication par un scalaire.

— Comparaison de séries à termes positifs

— Equivalence de séries à termes positifs

— Séries géométriques, $\sum_{k=0}^{+\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$ pour $q \in]-1,1[$.

— Séries géométriques dérivées, $\sum_{k=0}^{+\infty} kq^{k-1} = \frac{1}{(1-q)^2}$ et $\sum_{k=0}^{+\infty} k(k-1)q^{k-2} = \frac{2}{(1-q)^3}$ pour $q \in]-1,1[$.

— Série exponentielle : $\forall x \in \mathbb{R}$, $\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = e^x$.

— Séries de Riemann, notamment $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n}$ qui diverge et $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2}$ qui converge.

— La convergence absolue sera vue mercredi 16 septembre

Probabilités sur un univers dénombrable

— Expérience aléatoire, univers Ω (dénombrable)

— tribus notée $\mathcal{A}$ (ensemble des évènements)

— Mesure de probabilité $\mathbb{P}$, espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$.

— Suite d'évènements disjoints, système complet d'évènements.

— Mesure de probabilités, probabilité de l'union d'évènement disjoints.

— Probabilité du complémentaire.

— Probabilité de l'union : $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.

— Formule des probabilités totales

— Probabilité uniforme, situation d'équiprobabilité.

— Évènements indépendants, deux à deux indépendants, mutuellement indépendants.

— Probabilités conditionnelles.

— Formule de conditionnement :$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}_A(B)$. Adapter à l'intersection de 3 ou 4 évènements...

— Formule des probabilités totales (version conditionnelle).

— Forme de Bayes

Question de Cours

12. Pour n et k entiers naturels, donner l'expression du coefficient binomial $\binom{n}{k}$.
13. Formule du Triangle de Pascal sur les coefficients binomiaux.
14. Énoncer les formules d'Euler
15. Minorant et minimum d'une partie non vide de $\mathbb{R}$.
16. Calcul de la somme des n premiers termes d'une suite géométrique.
17. Pour un entier naturel n, rappeler les valeurs des sommes $\sum_{k=0}^{n} k$ et $\sum_{k=0}^{n} k^2$.
18. Si (u_n) est une suite et ℓ est un réel, définition de la convergence de (u_n) vers ℓ.
19. Si (u_n) est une suite, définition de la divergence de (u_n) vers $+\infty$.
20. Énoncer le théorème de la limite monotone pour une suite de nombres réels.
21. Énoncer le théorème des gendarmes pour des suites de nombres réels.
22. Quand dit-on que deux suites réelles sont adjacentes ?
    Dans ce cas, que peut-on dire de la convergence et des limites éventuelles de ces deux suites ?
23. Croissances comparées entre les suites puissance $\left(n^\alpha\right)$ (avec $\alpha > 0$), géométrique $\left(a^n\right)$ (avec $a > 1$) et factorielle $\left(n!\right)$.
24. Si α est un réel fixé, rappeler les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(\alpha)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
25. Si α est un réel fixé, rappeler les solutions de l'équation $\sin(x) = \sin(\alpha)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
26. Si α est un réel fixé, rappeler les solutions de l'équation $\tan(x) = \tan(\alpha)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Meme de la semaine (une hallucination de chatGPT que j'ai vue sur le net, je sais pas si c'est authentique ou pas, mais ça me semble crédible) :

