

Indication pour l'exercice 1. Appliquer la formule des probabilités totales avec le système complet d'évènements avec «au jour n , Noah est passé» et son complémentaire, on trouve une relation entre p_{n+1} et p_n puis on exprime p_n en fonction de n .

Indication pour l'exercice 2. Formule des probabilités composées pour calculer $\mathbb{P}(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_{n-1}} \cap A_n)$ où on a noté A_k l'évènement «la puce est en A à l'instant k ».

Indication pour l'exercice 3.

Indication pour l'exercice 4.

Indication pour l'exercice 5. Formule des probabilités totales avec «Sybille a tiré» et «Sibylle a tiré». Formule de Bayes pour la second question.

Indication pour l'exercice 6. Utiliser le fait que B_1, \dots, B_n sont indépendants où $B_i = A_i$ ou $B_i = \overline{A}$.

Indication pour l'exercice 7. Comme Ω vaut la réunion disjointe des $\{n\}$, la somme de $\mathbb{P}(\{n\})$ vaut 1.

Indication pour l'exercice 8. On exprime p_n en fonction de p_0 , puis on se rappelle que $\mathbb{P}(\Omega) = 1$ donc on trouve une somme qui vaut 1 que l'on calcule en fonction de p_0 . Pour la deuxième question P est la réunion disjointe des $\{2n\}$ de même pour I .

Indication pour l'exercice 9. On va regarder l'évènement contraire. Plus précisément, on va regarder la probabilité que le singe n'écrive pas la probabilité de Priscille entre les caractère 1 et N puis entre $N + 1$ et $2n$ etc. Ainsi, on aura une expression de l'évènement «le singe n'a pas écrit la probabilité de Priscille ni entre 1 et N ni entre $N + 1$ et $2N$ ni entre $2N + 1$ et $3N$ jusqu'à $Np + 1$ et $Np + N$ avec $p \in \mathbb{N}$.

Indication pour l'exercice 10. Pour que Julia gagne au $2n + 1$ -ième, elle et Krystelle ont du perdre tous les tours précédent sauf celui-ci, on a donc une intersection d'évènements que l'on peut calculer par la formule des probabilités composées.

Indication pour l'exercice 11. 1. Double inclusion.

2. Comme on a une somme infinie, on sait que cette somme est égale à la limite des sommes partielles.

3. Appliquer ce qui précède à $A_n = \overline{C_n}$

4. Poser A_n et C_n de façon judicieuse, de façon à ce que $(A_n)_n$ soit croissante et (C_n) décroissante pour appliquer 2 et 3.

Indication pour l'exercice 12. Se rappeler que \mathbb{N} est l'union disjointe des $\{n\}$ que lorsque $\sum u_n$ converge on a toujours...

Pour la deuxième partie, se rappeler que la somme partielle tend vers une somme infinie, donc la différence des deux tend vers...

Indication pour l'exercice 13. 1. Formule des probabilités totales avec le système complet d'évènements U_n : «on a tiré la boule numéro n » pour $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Formule de Bayes pour la deuxième question, puis trouver le maximum de $\mathbb{P}(U_n|R)$ avec R l'évènement, on a tiré une boule rouge.

Indication pour l'exercice 14. Formule des probabilités totales pour la troisième question.